

Série de Problèmes n°5

Systèmes et parenthèses

La question à toujours se poser :
« **Dans quel ordre** fait-on les opérations? »

PARTIE A Un indice avec division

PARTIE B Deux indices à décoder

Table des matières

Rappel : l'ordre change tout!	2
1 PARTIE A : Un indice avec division	3
2 PARTIE B : Deux indices à décoder	5
Solutions — Partie A	7
Solutions — Partie B	10

Rappel : l'ordre change tout !

Ne pas confondre :

Phrase en français	En maths
« enlève 4, puis divise par 3 »	$\frac{x - 4}{3}$
« divise par 3, puis enlève 4 »	$\frac{x}{3} - 4$
« ajoute 8, puis divise par 2 »	$\frac{x + 8}{2}$
« divise par 2, puis ajoute 8 »	$\frac{x}{2} + 8$

Astuce : Le mot « **puis** » indique l'ordre. Ce qu'on fait **avant** « puis » se fait en premier !

Méthode de résolution

1. **Traduire** chaque phrase en équation (attention à l'ordre!).
2. **Exprimer** toutes les variables en fonction d'une seule.
3. **Substituer** dans l'équation du total.
4. **Vérifier** en relisant l'énoncé.

PARTIE A : Un indice avec division

Problème 1 : Les bonbons de Léa, Marc et Nina

Léa, Marc et Nina comptent leurs bonbons.

Si on **enlève 4** aux bonbons de Léa et qu'on **divise par 3**, on obtient les bonbons de Marc.

Marc a **2 bonbons** de plus que Nina. Ensemble, ils ont **42 bonbons**.

Combien de bonbons a chacun ?

Ответы : двадцать восемь, восемь, шесть

Problème 2 : Les billes d'Oscar, Pauline et Romain

Oscar, Pauline et Romain jouent aux billes.

Si on **divise** les billes d'Oscar **par 4**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les billes de Pauline.

Pauline a **3 billes** de plus que Romain. Ensemble, ils ont **47 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Ответы : тридцать шесть, семь, четыре

Problème 3 : Les images de Sarah, Théo et Ugo

Sarah, Théo et Ugo collectionnent des images.

Si on **ajoute 8** aux images de Sarah et qu'on **divise par 2**, on obtient les images de Théo. Théo

a **6 images** de plus qu'Ugo. Ensemble, ils ont **38 images**.

Combien d'images a chacun ?

Ответы : восемнадцать, тринадцать, семь

Problème 4 : L'argent de Victor, Wendy et Xavier

Victor, Wendy et Xavier comparent leur argent de poche.

Si on **divise** l'argent de Victor **par 5**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient l'argent de Wendy. Wendy

a **le double** de l'argent de Xavier. Ensemble, ils ont **37 €**.

Combien d'argent a chacun ?

Ответы : двадцать пять, восемь, четыре

Problème 5 : Les cartes d'Emma, Félix et Gina

Emma, Félix et Gina collectionnent des cartes.

Si on **enlève 6** aux cartes d'Emma et qu'on **divise par 4**, on obtient les cartes de Félix. Gina a **3 cartes** de plus que Félix. Ensemble, ils ont **45 cartes**.

Combien de cartes a chacun ?

Ответы : тридцать, шесть, девять

Problème 6 : Les autocollants d'Hugo, Inès et Jules

Hugo, Inès et Jules échangent des autocollants.

Si on **divise** les autocollants d'Hugo **par 6**, puis qu'on **ajoute 5**, on obtient les autocollants d'Inès. Jules a **4 autocollants** de moins qu'Inès. Ensemble, ils ont **38 autocollants**.

Combien d'autocollants a chacun ?

Ответы : двадцать четыре, девять, пять

Problème 7 : Les perles d'Aya, Baptiste et Chloé

Aya, Baptiste et Chloé comptent leurs perles.

Si on **ajoute 10** aux perles d'Aya et qu'on **divise par 3**, on obtient les perles de Baptiste. Baptiste a **le triple** des perles de Chloé. Ensemble, ils ont **42 perles**.

Combien de perles a chacun ?

Ответы : двадцать шесть, двенадцать, четыре

PARTIE B : Deux indices à décoder

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

Attention : deux opérations à décoder !

Dans cette partie, il y a **deux** relations avec des divisions ou des multiplications. Pour chacune, demande-toi :

Est-ce qu'on fait d'abord l'addition/soustraction, ou d'abord la division ?

Si tu te trompes d'ordre pour **une seule** des deux relations, tu trouveras une mauvaise réponse !

Problème 8 : Les points de Diego, Éva et Farid

Diego, Éva et Farid comparent leurs points dans un jeu.

Si on **enlève 2** aux points de Diego et qu'on **divise par 3**, on obtient les points d'Éva. Si on **divise** les points d'Éva **par 2**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les points de Farid. Ensemble, ils ont **48 points**.

Combien de points a chacun ?

Ответы : тридцать два, десять, шесть

Problème 9 : Les billes de Gabrielle, Hector et Iris

Gabrielle, Hector et Iris jouent aux billes.

Si on **divise** les billes de Gabrielle **par 3**, puis qu'on **enlève 4**, on obtient les billes d'Hector. Si on **ajoute 6** aux billes d'Hector et qu'on **divise par 2**, on obtient les billes d'Iris. Ensemble, ils ont **51 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Ответы : тридцать шесть, восемь, семь

Problème 10 : Les bonbons de Karim, Lina et Malik

Karim, Lina et Malik comptent leurs bonbons.

Si on **ajoute 4** aux bonbons de Karim et qu'on **divise par 6**, on obtient les bonbons de Lina. Si on **enlève 1** aux bonbons de Lina et qu'on **multiplie par 3**, on obtient les bonbons de Malik. Ensemble, ils ont **43 bonbons**.

Combien de bonbons a chacun ?

Ответы : двадцать шесть, пять, двенадцать

Problème 11 : Les images de Nora, Pablo et Quentin

Nora, Pablo et Quentin échangent des images.

Si on **divise** les images de Nora **par 2**, puis qu'on **enlève 3**, on obtient les images de Pablo. Si on **divise** les images de Pablo **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les images de Quentin.

Ensemble, ils ont **38 images**.

Combien d'images a chacun ?

Ответы : двадцать quatre, девять, пять

Problème 12 : Les points de Rose, Samuel et Tina

Rose, Samuel et Tina jouent à un jeu de points.

Si on **enlève 5** aux points de Rose et qu'on **divise par 4**, on obtient les points de Samuel. Si on **divise** les points de Rose **par 3**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les points de Tina. Ensemble, ils ont **52 points**.

Combien de points a chacun ?

Ответы : тридцать три, семь, двенадцать

Problème 13 : Les billes d'Ulrich, Violette et Wassim

Ulrich, Violette et Wassim comptent leurs billes.

Si on **enlève 6** aux billes d'Ulrich et qu'on **divise par 3**, on obtient les billes de Violette. Si on **divise** les billes d'Ulrich **par 4**, puis qu'on **enlève 1**, on obtient les billes de Wassim. Ensemble, ils ont **35 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Ответы : двадцать quatre, six, cinq

Solutions — Partie A

À cacher avant impression

Solution 1 : Les bonbons de Léa, Marc et Nina

Variables : L = bonbons de Léa, M = bonbons de Marc, N = bonbons de Nina

Traduction : « enlève 4 puis divise par 3 » \Rightarrow parenthèses : $\frac{L-4}{3} = M$

Équations :

$$\begin{aligned}\frac{L-4}{3} = M &\implies L-4 = 3M \implies L = 3M + 4 \\ M &= N + 2 \\ L + M + N &= 42\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $N = M - 2$. De (1) : $L = 3M + 4$.

Dans (3) : $(3M + 4) + M + (M - 2) = 42 \Rightarrow 5M + 2 = 42 \Rightarrow 5M = 40 \Rightarrow M = 8$

Réponse : Léa a 28 bonbons, Marc a 8 bonbons, Nina a 6 bonbons

Vérification : $(28 - 4) \div 3 = 24 \div 3 = 8 \checkmark$; $8 = 6 + 2 \checkmark$; $28 + 8 + 6 = 42 \checkmark$

Solution 2 : Les billes d'Oscar, Pauline et Romain

Variables : O = billes d'Oscar, P = billes de Pauline, R = billes de Romain

Traduction : « divise par 4, puis enlève 2 » \Rightarrow pas de parenthèses : $\frac{O}{4} - 2 = P$

Équations :

$$\begin{aligned}\frac{O}{4} - 2 = P &\implies \frac{O}{4} = P + 2 \implies O = 4(P + 2) = 4P + 8 \\ P &= R + 3 \\ O + P + R &= 47\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $R = P - 3$. De (1) : $O = 4P + 8$.

Dans (3) : $(4P + 8) + P + (P - 3) = 47 \Rightarrow 6P + 5 = 47 \Rightarrow 6P = 42 \Rightarrow P = 7$

Réponse : Oscar a 36 billes, Pauline a 7 billes, Romain a 4 billes

Vérification : $36 \div 4 - 2 = 9 - 2 = 7 \checkmark$; $7 = 4 + 3 \checkmark$; $36 + 7 + 4 = 47 \checkmark$

Solution 3 : Les images de Sarah, Théo et Ugo

Variables : S = images de Sarah, T = de Théo, U = d'Ugo

Traduction : « ajoute 8 puis divise par 2 » \Rightarrow parenthèses : $\frac{S+8}{2} = T$

Équations :

$$\begin{aligned}\frac{S+8}{2} = T &\implies S+8 = 2T \implies S = 2T - 8 \\ T &= U + 6 \\ S + T + U &= 38\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $U = T - 6$. De (1) : $S = 2T - 8$.

Dans (3) : $(2T - 8) + T + (T - 6) = 38 \Rightarrow 4T - 14 = 38 \Rightarrow 4T = 52 \Rightarrow T = 13$

Réponse : Sarah a 18 images, Théo a 13 images, Ugo a 7 images

Vérification : $(18 + 8) \div 2 = 26 \div 2 = 13 \checkmark$; $13 = 7 + 6 \checkmark$; $18 + 13 + 7 = 38 \checkmark$

Solution 4 : L'argent de Victor, Wendy et Xavier**Variables :** V = argent de Victor, W = de Wendy, X = de Xavier**Traduction :** « divise par 5, puis ajoute 3 » \Rightarrow pas de parenthèses : $\frac{V}{5} + 3 = W$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{V}{5} + 3 = W &\implies \frac{V}{5} = W - 3 \implies V = 5(W - 3) = 5W - 15 \\ W &= 2X \\ V + W + X &= 37\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $X = \frac{W}{2}$. De (1) : $V = 5W - 15$.Dans (3) : $(5W - 15) + W + \frac{W}{2} = 37 \Rightarrow \frac{13W}{2} - 15 = 37 \Rightarrow \frac{13W}{2} = 52 \Rightarrow W = 8$ **Réponse :** Victor a 25 €, Wendy a 8 €, Xavier a 4 €Vérification : $25 \div 5 + 3 = 5 + 3 = 8 \checkmark$; $8 = 2 \times 4 \checkmark$; $25 + 8 + 4 = 37 \checkmark$ **Solution 5 : Les cartes d'Emma, Félix et Gina****Variables :** E = cartes d'Emma, F = cartes de Félix, G = cartes de Gina**Traduction :** « enlève 6 puis divise par 4 » \Rightarrow parenthèses : $\frac{E - 6}{4} = F$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{E - 6}{4} = F &\implies E - 6 = 4F \implies E = 4F + 6 \\ G &= F + 3 \\ E + F + G &= 45\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $G = F + 3$. De (1) : $E = 4F + 6$.Dans (3) : $(4F + 6) + F + (F + 3) = 45 \Rightarrow 6F + 9 = 45 \Rightarrow 6F = 36 \Rightarrow F = 6$ **Réponse :** Emma a 30 cartes, Félix a 6 cartes, Gina a 9 cartesVérification : $(30 - 6) \div 4 = 24 \div 4 = 6 \checkmark$; $9 = 6 + 3 \checkmark$; $30 + 6 + 9 = 45 \checkmark$ **Solution 6 : Les autocollants d'Hugo, Inès et Jules****Variables :** H = autocollants d'Hugo, I = d'Inès, J = de Jules**Traduction :** « divise par 6, puis ajoute 5 » \Rightarrow pas de parenthèses : $\frac{H}{6} + 5 = I$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{H}{6} + 5 = I &\implies \frac{H}{6} = I - 5 \implies H = 6(I - 5) = 6I - 30 \\ J &= I - 4 \\ H + I + J &= 38\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $J = I - 4$. De (1) : $H = 6I - 30$.Dans (3) : $(6I - 30) + I + (I - 4) = 38 \Rightarrow 8I - 34 = 38 \Rightarrow 8I = 72 \Rightarrow I = 9$ **Réponse :** Hugo a 24 autocollants, Inès a 9 autocollants, Jules a 5 autocollantsVérification : $24 \div 6 + 5 = 4 + 5 = 9 \checkmark$; $5 = 9 - 4 \checkmark$; $24 + 9 + 5 = 38 \checkmark$ **Solution 7 : Les perles d'Aya, Baptiste et Chloé****Variables :** A = perles d'Aya, B = de Baptiste, C = de Chloé**Traduction :** « ajoute 10 puis divise par 3 » \Rightarrow parenthèses : $\frac{A + 10}{3} = B$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{A + 10}{3} = B &\implies A + 10 = 3B \implies A = 3B - 10 \\ B &= 3C \\ A + B + C &= 42\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $C = \frac{B}{3}$. De (1) : $A = 3B - 10$.

Dans (3) : $(3B - 10) + B + \frac{B}{3} = 42 \Rightarrow \frac{9B+3B+B}{3} - 10 = 42 \Rightarrow \frac{13B}{3} = 52 \Rightarrow B = 12$

Réponse : Aya a 26 perles, Baptiste a 12 perles, Chloé a 4 perles

Vérification : $(26 + 10) \div 3 = 36 \div 3 = 12 \checkmark$; $12 = 3 \times 4 \checkmark$; $26 + 12 + 4 = 42 \checkmark$

Solutions — Partie B

À cacher avant impression

Solution 8 : Les points de Diego, Éva et Farid

Variables : D = points de Diego, E = d'Éva, F = de Farid

Traduction :

— « enlève 2 puis divise par 3 » $\Rightarrow \frac{D-2}{3} = E$ (parenthèses)

— « divise par 2, puis ajoute 1 » $\Rightarrow \frac{E}{2} + 1 = F$ (pas de parenthèses)

Équations :

$$\frac{D-2}{3} = E \implies D = 3E + 2$$

$$\frac{E}{2} + 1 = F \implies F = \frac{E}{2} + 1$$

$$D + E + F = 48$$

Résolution : De (1) : $D = 3E + 2$. De (2) : $F = \frac{E}{2} + 1$.

Dans (3) : $(3E + 2) + E + \frac{E}{2} + 1 = 48 \Rightarrow \frac{9E}{2} + 3 = 48 \Rightarrow \frac{9E}{2} = 45 \Rightarrow E = 10$

Réponse : Diego a 32 points, Éva a 10 points, Farid a 6 points

Vérification : $(32 - 2) \div 3 = 30 \div 3 = 10 \checkmark$; $10 \div 2 + 1 = 5 + 1 = 6 \checkmark$; $32 + 10 + 6 = 48 \checkmark$

Solution 9 : Les billes de Gabrielle, Hector et Iris

Variables : G = billes de Gabrielle, H = d'Hector, I = d'Iris

Traduction :

— « divise par 3, puis enlève 4 » $\Rightarrow \frac{G}{3} - 4 = H$ (pas de parenthèses)

— « ajoute 6 puis divise par 2 » $\Rightarrow \frac{H+6}{2} = I$ (parenthèses)

Équations :

$$\frac{G}{3} - 4 = H \implies G = 3(H + 4) = 3H + 12$$

$$\frac{H+6}{2} = I \implies I = \frac{H+6}{2}$$

$$G + H + I = 51$$

Résolution : De (1) : $G = 3H + 12$. De (2) : $I = \frac{H+6}{2}$.

Dans (3) : $(3H + 12) + H + \frac{H+6}{2} = 51$

Multiplions par 2 : $6H + 24 + 2H + H + 6 = 102 \Rightarrow 9H + 30 = 102 \Rightarrow 9H = 72 \Rightarrow H = 8$

Réponse : Gabrielle a 36 billes, Hector a 8 billes, Iris a 7 billes

Vérification : $36 \div 3 - 4 = 12 - 4 = 8 \checkmark$; $(8 + 6) \div 2 = 14 \div 2 = 7 \checkmark$; $36 + 8 + 7 = 51 \checkmark$

Solution 10 : Les bonbons de Karim, Lina et Malik

Variables : K = bonbons de Karim, L = de Lina, M = de Malik

Traduction :

— « ajoute 4 puis divise par 6 » $\Rightarrow \frac{K+4}{6} = L$ (parenthèses)

— « enlève 1 puis multiplie par 3 » $\Rightarrow 3(L-1) = M$ (parenthèses aussi!)

Équations :

$$\frac{K+4}{6} = L \implies K + 4 = 6L \implies K = 6L - 4$$

$$3(L-1) = M \implies M = 3L - 3$$

$$K + L + M = 43$$

Résolution : De (1) : $K = 6L - 4$. De (2) : $M = 3L - 3$.

Dans (3) : $(6L - 4) + L + (3L - 3) = 43 \Rightarrow 10L - 7 = 43 \Rightarrow 10L = 50 \Rightarrow L = 5$

Réponse : Karim a 26 bonbons, Lina a 5 bonbons, Malik a 12 bonbons

Vérification : $(26 + 4) \div 6 = 30 \div 6 = 5 \checkmark$; $3 \times (5 - 1) = 3 \times 4 = 12 \checkmark$; $26 + 5 + 12 = 43 \checkmark$

Solution 11 : Les images de Nora, Pablo et Quentin

Variables : N = images de Nora, P = de Pablo, Q = de Quentin

Traduction :

$$\text{— « divise par 2, puis enlève 3 »} \Rightarrow \frac{N}{2} - 3 = P \quad (\text{pas de parenthèses})$$

$$\text{— « divise par 3, puis ajoute 2 »} \Rightarrow \frac{P}{3} + 2 = Q \quad (\text{pas de parenthèses})$$

Équations :

$$\begin{aligned} \frac{N}{2} - 3 = P &\implies N = 2(P + 3) = 2P + 6 \\ \frac{P}{3} + 2 = Q &\implies Q = \frac{P}{3} + 2 \\ N + P + Q &= 38 \end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $N = 2P + 6$. De (2) : $Q = \frac{P}{3} + 2$.

Dans (3) : $(2P + 6) + P + \frac{P}{3} + 2 = 38$

Multiplions par 3 : $6P + 18 + 3P + P + 6 = 114 \Rightarrow 10P + 24 = 114 \Rightarrow 10P = 90 \Rightarrow P = 9$

Réponse : Nora a 24 images, Pablo a 9 images, Quentin a 5 images

Vérification : $24 \div 2 - 3 = 12 - 3 = 9 \checkmark$; $9 \div 3 + 2 = 3 + 2 = 5 \checkmark$; $24 + 9 + 5 = 38 \checkmark$

Solution 12 : Les points de Rose, Samuel et Tina

Variables : R = points de Rose, S = de Samuel, T = de Tina

Traduction :

$$\text{— « enlève 5 puis divise par 4 »} \Rightarrow \frac{R - 5}{4} = S \quad (\text{parenthèses})$$

$$\text{— « divise par 3, puis ajoute 1 »} \Rightarrow \frac{R}{3} + 1 = T \quad (\text{pas de parenthèses})$$

Équations :

$$\begin{aligned} \frac{R - 5}{4} = S &\implies R = 4S + 5 \\ \frac{R}{3} + 1 = T &\implies T = \frac{R}{3} + 1 \end{aligned}$$

De (1) : $R = 4S + 5$. Dans (2) : $T = \frac{4S+5}{3} + 1$. Pour que T soit entier, il faut $4S + 5$ divisible par 3.

Essayons dans le total : $R + S + T = 52$

$$(4S + 5) + S + \frac{4S+5}{3} + 1 = 52$$

Multiplions par 3 : $12S + 15 + 3S + 4S + 5 + 3 = 156 \Rightarrow 19S + 23 = 156 \Rightarrow 19S = 133 \Rightarrow S = 7$

$R = 33$, $T = 33 \div 3 + 1 = 11 + 1 = 12$.

Réponse : Rose a 33 points, Samuel a 7 points, Tina a 12 points

Vérification : $(33 - 5) \div 4 = 28 \div 4 = 7 \checkmark$; $33 \div 3 + 1 = 11 + 1 = 12 \checkmark$; $33 + 7 + 12 = 52 \checkmark$

Solution 13 : Les billes d'Ulrich, Violette et Wassim

Variables : U = billes d'Ulrich, V = de Violette, W = de Wassim

Traduction :

$$\text{— « enlève 6 puis divise par 3 »} \Rightarrow \frac{U - 6}{3} = V \quad (\text{parenthèses})$$

$$\text{— « divise par 4, puis enlève 1 »} \Rightarrow \frac{U}{4} - 1 = W \quad (\text{pas de parenthèses})$$

Équations :

$$\begin{aligned} \frac{U - 6}{3} = V &\implies U = 3V + 6 \\ \frac{U}{4} - 1 = W &\implies U = 4(W + 1) = 4W + 4 \\ U + V + W &= 35 \end{aligned}$$

Résolution : De (1) dans (3) : $(3V + 6) + V + W = 35 \Rightarrow 4V + W = 29 \quad \dots (*)$

De (2) dans (3) : $(4W + 4) + V + W = 35 \Rightarrow V + 5W = 31 \quad \dots (**)$

De (**): $V = 31 - 5W$.

Dans (*): $4(31 - 5W) + W = 29 \Rightarrow 124 - 20W + W = 29 \Rightarrow 19W = 95 \Rightarrow W = 5$

Donc $V = 31 - 25 = 6$, et $U = 3 \times 6 + 6 = 24$.

Réponse : Ulrich a 24 billes, Violette a 6 billes, Wassim a 5 billes

Vérification : $(24 - 6) \div 3 = 18 \div 3 = 6 \checkmark$; $24 \div 4 - 1 = 6 - 1 = 5 \checkmark$; $24 + 6 + 5 = 35 \checkmark$