

Série de Problèmes n°17

Systemes à 4 inconnues

13 exercices avec solutions

PARTIE A Fractions de sommes (8 problèmes)

PARTIE B Systemes croisés (5 problèmes)

PARTIE A : Fractions de sommes

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

Problème 1 : Les flamants roses du lagon

Antoine, Béatrice, Clément et Diane observent des flamants roses au bord d'un lagon.

1. La somme des flamants d'Antoine et de Béatrice, **divisée par 5**, donne **8**.
2. Si on **enlève 3** aux flamants d'Antoine et qu'on **divise par 3**, on obtient les flamants de Clément.
3. Si on **divise** les flamants de Béatrice **par 4**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les flamants de Diane.
4. Les flamants de Clément, **plus** ceux de Diane, font **12**.

Combien de flamants a observé chacun ?

Problème 2 : Les coquillages de l'estran

Adèle, Basile, Coralie et Damien ramassent des coquillages sur l'estran à marée basse.

1. La somme des coquillages d'Adèle et de Basile, **divisée par 6**, donne **5**.
2. Si on **divise** les coquillages d'Adèle **par 3**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les coquillages de Coralie.
3. Si on **ajoute 4** aux coquillages de Basile et qu'on **divise par 2**, on obtient les coquillages de Damien.
4. Les coquillages de Coralie, **plus** ceux de Damien, font **12**.

Combien de coquillages a ramassé chacun ?

Problème 3 : Les livres pour le voyage

Arthur, Blanche, César et Daphné préparent des livres pour un long périple en train.

1. La somme des livres d'Arthur et de Blanche, **divisée par 8**, donne **5**.
2. Si on **ajoute 3** aux livres d'Arthur et qu'on **divise par 3**, on obtient les livres de César.
3. Si on **divise** les livres de Blanche **par 5**, puis qu'on **ajoute 4**, on obtient les livres de Daphné.
4. Les livres de César, **plus** ceux de Daphné, font **15**.

Combien de livres emporte chacun ?

Problème 4 : Les cerfs de la réserve

Amara, Baptiste, Chloé et Dorian comptent des cerfs dans une réserve naturelle.

1. La somme des cerfs d'Amara et de Baptiste, **divisée par 4**, donne **12**.
2. Si on **divise** les cerfs d'Amara **par 4**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les cerfs de Chloé.
3. Si on **enlève 4** aux cerfs de Baptiste et qu'on **divise par 8**, on obtient les cerfs de Dorian.
4. Les cerfs de Chloé, **moins** ceux de Dorian, font **5**.

Combien de cerfs a observé chacun ?

Problème 5 : Les perroquets de la volière

Axel, Bianca, Capucine et Delphine visitent la volière d'un jardin zoologique.

1. La somme des perroquets d'Axel et de Bianca, **divisée par 9**, donne **5**.
2. Si on **divise** les perroquets d'Axel **par 5**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les perroquets de Capucine.
3. Si on **enlève 1** aux perroquets de Bianca et qu'on **divise par 2**, on obtient les perroquets de Delphine.
4. Les perroquets de Capucine, **plus** ceux de Delphine, font **16**.

Combien de perroquets a compté chacun ?

Problème 6 : Les tortues de l'archipel

Agathe, Boris, Cyril et Doria dénombrent des tortues marines dans un archipel.

1. La somme des tortues d'Agathe et de Boris, **divisée par 7**, donne **5**.
2. Si on **enlève 6** aux tortues d'Agathe et qu'on **divise par 3**, on obtient les tortues de Cyril.
3. Si on **divise** les tortues de Boris **par 2**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les tortues de Doria.
4. Les tortues de Cyril, **plus** celles de Doria, font **14**.

Combien de tortues a observé chacun ?

Problème 7 : Les colibris du jardin botanique

Aurore, Bastien, Camille et David photographient des colibris dans un jardin botanique.

1. La somme des colibris d'Aurore et de Bastien, **divisée par 5**, donne **9**.
2. Si on **enlève 3** aux colibris d'Aurore et qu'on **divise par 3**, on obtient les colibris de Camille.
3. Si on **divise** les colibris de Bastien **par 6**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les colibris de David.
4. Les colibris de Camille, **plus** ceux de David, font **13**.

Combien de colibris a photographié chacun ?

Problème 8 : Les étoiles de mer du récif

Alice, Bilal, Clara et Dimitri plongent près d'un récif corallien et comptent des étoiles de mer.

1. La somme des étoiles d'Alice et de Bilal, **divisée par 4**, donne **10**.
2. Si on **enlève 2** aux étoiles d'Alice et qu'on **divise par 5**, on obtient les étoiles de Clara.
3. Si on **divise** les étoiles de Bilal **par 2**, on obtient les étoiles de Dimitri.
4. Les étoiles de Clara, **moins** celles de Dimitri, font **2**.

Combien d'étoiles de mer a trouvé chacun ?

PARTIE B : Systèmes croisés

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

Problème 9 : Les renards de la lande

Amine, Bérénice, Côme et Dahlia recensent des renards sur une lande balayée par le vent.

1. Les renards d'Amine, **moins** ceux de Bérénice, font **8**.
2. Si on **divise** les renards d'Amine **par 4**, on obtient les renards de Côme.
3. Si on **ajoute 4** aux renards de Bérénice et qu'on **divise par 2**, on obtient les renards de Dahlia.
4. Les renards de Côme, **plus** ceux de Dahlia, font **13**.

Combien de renards a repéré chacun ?

Problème 10 : Les ibis de la mangrove

Adam, Brune, Céleste et Déléo observent des ibis écarlates dans une mangrove.

1. Le **double** des ibis d'Adam, **plus** ceux de Brune, font **35**.
2. Si on **divise** les ibis d'Adam **par 5**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les ibis de Céleste.

3. Si on **ajoute 6** aux ibis de Brune et qu'on **divise par 3**, on obtient les ibis de Délio.
4. Les ibis de Céleste, **plus** ceux de Délio, font **11**.

Combien d'ibis a observé chacun ?

Problème 11 : Les lucioles de la clairière

Anaïs, Barnabé, Cassandre et Denis guettent des lucioles dans une clairière au crépuscule.

1. Les lucioles d'Anaïs, **plus le double** de celles de Barnabé, font **42**.
2. Si on **ajoute 4** aux lucioles d'Anaïs et qu'on **divise par 4**, on obtient les lucioles de Cassandre.
3. Si on **divise** les lucioles de Barnabé **par 3**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les lucioles de Denis.
4. Les lucioles de Cassandre, **plus** celles de Denis, font **13**.

Combien de lucioles a compté chacun ?

Problème 12 : Les épices du souk

Alma, Balthazar, Constance et Driss achètent des sachets d'épices dans un souk parfumé.

1. Les sachets d'Alma **divisés par 3**, **plus** ceux de Balthazar, font **20**.
2. Si on **divise** les sachets d'Alma **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les sachets de Constance.
3. Si on **enlève 4** aux sachets de Balthazar et qu'on **divise par 2**, on obtient les sachets de Driss.
4. Les sachets de Constance, **moins** ceux de Driss, font **3**.

Combien de sachets a acheté chacun ?

Problème 13 : Les cartes postales de l'expédition

Augustin, Blandine, Cosme et Dorothée envoient des cartes postales lors d'une expédition.

1. Le **triple** des cartes d'Augustin, **moins** celles de Blandine, fait **9**.
2. Si on **divise** les cartes d'Augustin **par 2**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les cartes de Cosme.
3. Si on **ajoute 3** aux cartes de Blandine et qu'on **divise par 2**, on obtient les cartes de Dorothée.
4. Les cartes de Cosme, **plus** celles de Dorothée, font **14**.

Combien de cartes postales a envoyé chacun ?

Solutions

À cacher avant impression

Solution 1 : Les flamants roses du lagon

Variables : A = flamants d'Antoine, B = de Béatrice, C = de Clément, D = de Diane

Équations : $\frac{A+B}{5} = 8$; $\frac{A-3}{3} = C$; $\frac{B}{4} + 1 = D$; $C + D = 12$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A-3}{3}$. De (3) : $D = \frac{B}{4} + 1$. Dans (4) : $\frac{A-3}{3} + \frac{B}{4} + 1 = 12 \Rightarrow \frac{A-3}{3} + \frac{B}{4} = 11 \Rightarrow \times 12 : 4(A-3) + 3B = 132 \Rightarrow 4A + 3B = 144$. De (1) : $A + B = 40$, donc $B = 40 - A$. Dans $4A + 3(40 - A) = 144 \Rightarrow 4A + 120 - 3A = 144 \Rightarrow A = 24$.

Réponse : Antoine a vu 24 flamants, Béatrice 16, Clément 7, Diane 5

Solution 2 : Les coquillages de l'estran

Variables : A = coquillages d'Adèle, B = de Basile, C = de Coralie, D = de Damien

Équations : $\frac{A+B}{6} = 5$; $\frac{A}{3} - 2 = C$; $\frac{B+4}{2} = D$; $C + D = 12$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A}{3} - 2$. De (3) : $D = \frac{B+4}{2}$. Dans (4) : $\frac{A}{3} - 2 + \frac{B+4}{2} = 12 \Rightarrow \frac{A}{3} + \frac{B}{2} = 12 \Rightarrow \times 6 : 2A + 3B = 72$. De (1) : $A + B = 30$, donc $B = 30 - A$. Dans $2A + 3(30 - A) = 72 \Rightarrow 2A + 90 - 3A = 72 \Rightarrow -A = -18 \Rightarrow A = 18$.

Réponse : Adèle a 18 coquillages, Basile 12, Coralie 4, Damien 8

Solution 3 : Les livres pour le voyage

Variables : A = livres d'Arthur, B = de Blanche, C = de César, D = de Daphné

Équations : $\frac{A+B}{8} = 5$; $\frac{A+3}{3} = C$; $\frac{B}{5} + 4 = D$; $C + D = 15$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A+3}{3}$. De (3) : $D = \frac{B}{5} + 4$. Dans (4) : $\frac{A+3}{3} + \frac{B}{5} + 4 = 15 \Rightarrow \frac{A+3}{3} + \frac{B}{5} = 11 \Rightarrow \times 15 : 5(A+3) + 3B = 165 \Rightarrow 5A + 3B = 150$. De (1) : $A + B = 40$, donc $B = 40 - A$. Dans $5A + 3(40 - A) = 150 \Rightarrow 5A + 120 - 3A = 150 \Rightarrow 2A = 30 \Rightarrow A = 15$.

Réponse : Arthur a 15 livres, Blanche 25, César 6, Daphné 9

Solution 4 : Les cerfs de la réserve

Variables : A = cerfs d'Amara, B = de Baptiste, C = de Chloé, D = de Dorian

Équations : $\frac{A+B}{4} = 12$; $\frac{A}{4} + 3 = C$; $\frac{B-4}{8} = D$; $C - D = 5$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A}{4} + 3$. De (3) : $D = \frac{B-4}{8}$. Dans (4) : $\frac{A}{4} + 3 - \frac{B-4}{8} = 5 \Rightarrow \frac{A}{4} - \frac{B-4}{8} = 2 \Rightarrow \times 8 : 2A - (B-4) = 16 \Rightarrow 2A - B = 12$. De (1) : $A + B = 48$, donc $B = 48 - A$. Dans $2A - (48 - A) = 12 \Rightarrow 3A = 60 \Rightarrow A = 20$.

Réponse : Amara a vu 20 cerfs, Baptiste 28, Chloé 8, Dorian 3

Solution 5 : Les perroquets de la volière

Variables : A = perroquets d'Axel, B = de Bianca, C = de Capucine, D = de Delphine

Équations : $\frac{A+B}{9} = 5$; $\frac{A}{5} + 3 = C$; $\frac{B-1}{2} = D$; $C + D = 16$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A}{5} + 3$. De (3) : $D = \frac{B-1}{2}$. Dans (4) : $\frac{A}{5} + 3 + \frac{B-1}{2} = 16 \Rightarrow \frac{A}{5} + \frac{B-1}{2} = 13 \Rightarrow \times 10 : 2A + 5(B-1) = 130 \Rightarrow 2A + 5B = 135$. De (1) : $A + B = 45$, donc $B = 45 - A$. Dans $2A + 5(45 - A) = 135 \Rightarrow 2A + 225 - 5A = 135 \Rightarrow -3A = -90 \Rightarrow A = 30$.

Réponse : Axel a compté 30 perroquets, Bianca 15, Capucine 9, Delphine 7

Solution 6 : Les tortues de l'archipel

Variables : A = tortues d'Agathe, B = de Boris, C = de Cyril, D = de Doria

Équations : $\frac{A+B}{7} = 5$; $\frac{A-6}{3} = C$; $\frac{B}{2} + 2 = D$; $C + D = 14$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A-6}{3}$. De (3) : $D = \frac{B}{2} + 2$. Dans (4) : $\frac{A-6}{3} + \frac{B}{2} + 2 = 14 \Rightarrow \frac{A-6}{3} + \frac{B}{2} = 12 \Rightarrow \times 6 : 2(A-6) + 3B = 72 \Rightarrow 2A + 3B = 84$. De (1) : $A + B = 35$, donc $B = 35 - A$. Dans $2A + 3(35 - A) = 84 \Rightarrow 2A + 105 - 3A = 84 \Rightarrow -A = -21 \Rightarrow A = 21$.

Réponse : Agathe a vu 21 tortues, Boris 14, Cyril 5, Doria 9

Solution 7 : Les colibris du jardin botanique

Variables : A = colibris d'Aurore, B = de Bastien, C = de Camille, D = de David

Équations : $\frac{A+B}{5} = 9$; $\frac{A-3}{3} = C$; $\frac{B}{6} + 2 = D$; $C + D = 13$

Résolution : De (2) : $C = \frac{A-3}{3}$. De (3) : $D = \frac{B}{6} + 2$. Dans (4) : $\frac{A-3}{3} + \frac{B}{6} + 2 = 13 \Rightarrow \frac{A-3}{3} + \frac{B}{6} = 11 \Rightarrow \times 6 : 2(A-3) + B = 66 \Rightarrow 2A + B = 72$. De (1) : $A + B = 45$, donc $B = 45 - A$. Dans $2A + (45 - A) = 72 \Rightarrow A = 27$.

Réponse : Aurore a photographié 27 colibris, Bastien 18, Camille 8, David 5

Solution 8 : Les étoiles de mer du récif**Variation :** A = étoiles d'Alice, B = de Bilal, C = de Clara, D = de Dimitri**Équations :** $\frac{A+B}{4} = 10$; $\frac{A-2}{5} = C$; $\frac{B}{2} = D$; $C - D = 2$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A-2}{5}$. De (3) : $D = \frac{B}{2}$. Dans (4) : $\frac{A-2}{5} - \frac{B}{2} = 2 \Rightarrow \times 10 : 2(A-2) - 5B = 20 \Rightarrow 2A - 5B = 24$. De (1) : $A + B = 40$, donc $B = 40 - A$. Dans $2A - 5(40 - A) = 24 \Rightarrow 2A - 200 + 5A = 24 \Rightarrow 7A = 224 \Rightarrow A = 32$.**Réponse :** Alice a trouvé 32 étoiles, Bilal 8, Clara 6, Dimitri 4**Solution 9 : Les renards de la lande****Variation :** A = renards d'Amine, B = de Bérénice, C = de Côme, D = de Dahlia**Équations :** $A - B = 8$; $\frac{A}{4} = C$; $\frac{B+4}{2} = D$; $C + D = 13$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A}{4}$. De (3) : $D = \frac{B+4}{2}$. Dans (4) : $\frac{A}{4} + \frac{B+4}{2} = 13 \Rightarrow \times 4 : A + 2(B+4) = 52 \Rightarrow A + 2B = 44$. De (1) : $A = B + 8$. Dans $A + 2B = 44 : (B+8) + 2B = 44 \Rightarrow 3B = 36 \Rightarrow B = 12$, donc $A = 20$.**Réponse :** Amine a repéré 20 renards, Bérénice 12, Côme 5, Dahlia 8**Solution 10 : Les ibis de la mangrove****Variation :** A = ibis d'Adam, B = de Brune, C = de Céleste, D = de Délio**Équations :** $2A + B = 35$; $\frac{A}{5} + 2 = C$; $\frac{B+6}{3} = D$; $C + D = 11$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A}{5} + 2$. De (3) : $D = \frac{B+6}{3}$. Dans (4) : $\frac{A}{5} + 2 + \frac{B+6}{3} = 11 \Rightarrow \frac{A}{5} + \frac{B+6}{3} = 9 \Rightarrow \times 15 : 3A + 5(B+6) = 135 \Rightarrow 3A + 5B = 105$. De (1) : $B = 35 - 2A$. Dans $3A + 5(35 - 2A) = 105 \Rightarrow 3A + 175 - 10A = 105 \Rightarrow -7A = -70 \Rightarrow A = 10$.**Réponse :** Adam a observé 10 ibis, Brune 15, Céleste 4, Délio 7**Solution 11 : Les lucioles de la clairière****Variation :** A = lucioles d'Anaïs, B = de Barnabé, C = de Cassandre, D = de Denis**Équations :** $A + 2B = 42$; $\frac{A+4}{4} = C$; $\frac{B}{3} + 3 = D$; $C + D = 13$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A+4}{4}$. De (3) : $D = \frac{B}{3} + 3$. Dans (4) : $\frac{A+4}{4} + \frac{B}{3} + 3 = 13 \Rightarrow \frac{A+4}{4} + \frac{B}{3} = 10 \Rightarrow \times 12 : 3(A+4) + 4B = 120 \Rightarrow 3A + 4B = 108$. De (1) : $A = 42 - 2B$. Dans $3(42 - 2B) + 4B = 108 \Rightarrow 126 - 6B + 4B = 108 \Rightarrow -2B = -18 \Rightarrow B = 9$, donc $A = 24$.**Réponse :** Anaïs a compté 24 lucioles, Barnabé 9, Cassandre 7, Denis 6**Solution 12 : Les épices du souk****Variation :** A = sachets d'Alma, B = de Balthazar, C = de Constance, D = de Driss**Équations :** $\frac{A}{3} + B = 20$; $\frac{A}{3} + 2 = C$; $\frac{B-4}{2} = D$; $C - D = 3$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A}{3} + 2$. De (3) : $D = \frac{B-4}{2}$. Dans (4) : $\frac{A}{3} + 2 - \frac{B-4}{2} = 3 \Rightarrow \frac{A}{3} - \frac{B-4}{2} = 1 \Rightarrow \times 6 : 2A - 3(B-4) = 6 \Rightarrow 2A - 3B = -6$. De (1) : $\frac{A}{3} + B = 20$, soit $A + 3B = 60$. On additionne : $(2A - 3B) + (A + 3B) = -6 + 60 \Rightarrow 3A = 54 \Rightarrow A = 18$, donc $B = 14$.**Réponse :** Alma a 18 sachets, Balthazar 14, Constance 8, Driss 5**Solution 13 : Les cartes postales de l'expédition****Variation :** A = cartes d'Augustin, B = de Blandine, C = de Cosme, D = de Dorothée**Équations :** $3A - B = 9$; $\frac{A}{2} + 1 = C$; $\frac{B+3}{2} = D$; $C + D = 14$ **Résolution :** De (2) : $C = \frac{A}{2} + 1$. De (3) : $D = \frac{B+3}{2}$. Dans (4) : $\frac{A}{2} + 1 + \frac{B+3}{2} = 14 \Rightarrow \frac{A+B+3}{2} = 13 \Rightarrow A + B = 23$. De (1) : $3A - B = 9$, donc $B = 3A - 9$. Dans $A + B = 23 : A + 3A - 9 = 23 \Rightarrow 4A = 32 \Rightarrow A = 8$, donc $B = 15$.**Réponse :** Augustin a envoyé 8 cartes, Blandine 15, Cosme 5, Dorothée 9