

Série de Problèmes n°16

L'ordre des opérations (II)

La question à toujours se poser :

« **Dans quel ordre** fait-on les opérations ? »

Avec des systèmes plus grands
et des **sommes** sous la barre de fraction !

PARTIE A Systèmes à 3 inconnues — rappel (5 problèmes)

PARTIE B Chaînes à 4 inconnues (4 problèmes)

PARTIE C Fractions de sommes (4 problèmes)

Table des matières

1	PARTIE A : Systèmes à 3 inconnues — rappel	2
2	PARTIE B : Chaînes à 4 inconnues	5
3	PARTIE C : Fractions de sommes	7
	Solutions	9

PARTIE A : Systèmes à 3 inconnues — rappel

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

Rappel : l'ordre change tout !

- $\frac{x-3}{4}$ signifie : « on **enlève** 3 à x , **puis** on divise par 4 »
- $\frac{x}{4} + 3$ signifie : « on **divise** x par 4, **puis** on ajoute 3 »

Méthode : traduis chaque indice en équation, exprime toutes les inconnues en fonction d'une seule, substitue dans le total, puis **multiplie par le dénominateur** pour résoudre.

Problème 1 : Les bonbons

Alice, Boris et Clara comptent leurs bonbons.

1. Si on **enlève 2** aux bonbons d'Alice et qu'on **divise par 4**, on obtient les bonbons de Boris.
2. Si on **divise** les bonbons de Boris **par 2**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les bonbons de Clara.
3. Ensemble, ils ont **49 bonbons**.

Combien de bonbons a chacun ?

Problème 2 : Les billes

Emma, Félix et Gina jouent aux billes.

1. Si on **divise** les billes d'Emma **par 3**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les billes de Félix.
2. Si on **ajoute 1** aux billes de Félix et qu'on **divise par 2**, on obtient les billes de Gina.
3. Ensemble, ils ont **38 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Problème 3 : Les images

Hugo, Iris et Jules collectionnent des images.

1. Si on **enlève 6** aux images de Hugo et qu'on **divise par 2**, on obtient les images d'Iris.
2. Si on **divise** les images d'Iris **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les images de Jules.
3. Ensemble, ils ont **38 images**.

Combien d'images a chacun ?

Problème 4 : Les crayons de couleur

Karim, Lina et Marc comparent leurs crayons de couleur.

1. Si on **divise** les crayons de Karim **par 4**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les crayons de Lina.
2. Si on **ajoute 3** aux crayons de Lina et qu'on **divise par 3**, on obtient les crayons de Marc.
3. Ensemble, ils ont **41 crayons**.

Combien de crayons a chacun ?

Problème 5 : Les perles

Nina, Oscar et Paloma comptent leurs perles.

1. Si on **enlève 2** aux perles de Nina et qu'on **divise par 3**, on obtient les perles d'Oscar.
2. Si on **divise** les perles d'Oscar **par 2**, puis qu'on **ajoute 4**, on obtient les perles de Paloma.
3. Ensemble, ils ont **51 perles**.

Combien de perles a chacun ?

PARTIE B : Chaînes à 4 inconnues

Nouveau : des chaînes plus longues

On a maintenant **4 personnes** et 4 indices. Les trois premiers forment une **chaîne** : le 1^{er} relie A et B, le 2^e relie B et C, le 3^e relie C et D. Le 4^e est un total.

Méthode : exprime B, puis C, puis D en fonction d'une seule inconnue (souvent celle « du milieu »). Substitue dans le total. Multiplie par le dénominateur.

Problème 6 : Les coquillages

Adèle, Bastien, Chloé et David ramassent des coquillages à la plage.

1. Si on **enlève 3** aux coquillages d'Adèle et qu'on **divise par 2**, on obtient ceux de Bastien.
2. Si on **ajoute 1** aux coquillages de Bastien et qu'on **divise par 2**, on obtient ceux de Chloé.
3. Si on **divise** les coquillages de Chloé **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient ceux de David.
4. Ensemble, ils ont **46 coquillages**.

Combien de coquillages a chacun ?

Problème 7 : Les minutes de lecture

Éva, Florian, Gaëlle et Hector notent leurs minutes de lecture.

1. Si on **divise** les minutes d'Éva **par 5**, puis qu'on **enlève 1**, on obtient les minutes de Florian.
2. Si on **enlève 2** aux minutes de Florian et qu'on **divise par 2**, on obtient les minutes de Gaëlle.
3. Si on **divise** les minutes de Gaëlle **par 3**, puis qu'on **ajoute 4**, on obtient les minutes d'Hector.
4. Ensemble, ils ont lu **61 minutes**.

Combien de minutes a lu chacun ?

Problème 8 : Les points au jeu

Igor, Jade, Kévin et Léa comparent leurs points dans un jeu.

1. Si on **enlève 4** aux points d'Igor et qu'on **divise par 5**, on obtient les points de Jade.
2. Si on **divise** les points de Jade **par 2**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les points de Kévin.
3. Si on **ajoute 1** aux points de Kévin et qu'on **divise par 2**, on obtient les points de Léa.
4. Ensemble, ils ont **63 points**.

Combien de points a chacun ?

Problème 9 : Les autocollants

Mila, Nathan, Olivia et Pablo échangent des autocollants.

1. Si on **divise** les autocollants de Mila **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient ceux de Nathan.
2. Si on **enlève 1** aux autocollants de Nathan et qu'on **divise par 4**, on obtient ceux d'Olivia.
3. Si on **divise** les autocollants d'Olivia **par 2**, puis qu'on **ajoute 5**, on obtient ceux de Pablo.
4. Ensemble, ils ont **73 autocollants**.

Combien d'autocollants a chacun ?

PARTIE C : Fractions de sommes

Nouveau : une somme sous la barre de fraction

Un indice peut maintenant porter sur la **somme** de deux quantités :

— $\frac{A+B}{5} = 9$ signifie : « on additionne A et B , **puis** on divise par 5 »

— $\frac{A+B-6}{3} = 16$ signifie : « on additionne A et B , on enlève 6, **puis** on divise par 3 »

Astuce : dès que tu connais la somme, exprime l'une des deux quantités : si $A+B = 45$, alors $A = 45 - B$.

Problème 10 : Les pommes du verger

Alice, Boris, Camille et Dimitri cueillent des pommes au verger.

1. La somme des pommes d'Alice et de Boris, **divisée par 5**, donne **9**.
2. Si on **enlève 3** aux pommes de Boris et qu'on **divise par 4**, on obtient les pommes de Camille.
3. Si on **divise** les pommes de Camille **par 2**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les pommes de Dimitri.
4. Les pommes d'Alice, **moins** celles de Dimitri, font **14**.

Combien de pommes a cueilli chacun ?

Problème 11 : Les photos de vacances

Eva, Félix, Garance et Hector comptent leurs photos de vacances.

1. La somme des photos d'Eva et de Félix, **divisée par 5**, donne **8**.
2. Si on **enlève 2** aux photos d'Eva et qu'on **divise par 5**, on obtient les photos de Garance.
3. Si on **divise** les photos de Garance **par 2**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient les photos d'Hector.
4. Les photos de Félix, **moins** celles d'Hector, font **13**.

Combien de photos a chacun ?

Problème 12 : Les pièces de monnaie

Imane, Julien, Klara et Louis comptent leurs pièces de monnaie.

1. Si on **additionne** les pièces d'Imane et de Julien, qu'on **enlève 2**, et qu'on **divise le tout par 6**, on obtient **7**.
2. Si on **divise** les pièces d'Imane **par 4**, puis qu'on **enlève 1**, on obtient les pièces de Klara.
3. Si on **ajoute 3** aux pièces de Klara et qu'on **divise par 2**, on obtient les pièces de Louis.
4. Les pièces de Julien, plus celles de Louis, font **24**.

Combien de pièces a chacun ?

Problème 13 : Les timbres de collection

Marie, Noé, Octave et Prune comparent leurs timbres de collection.

1. La somme des timbres de Marie et de Noé, **divisée par 4**, donne **12**.
2. Si on **divise** les timbres de Marie **par 3**, puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les timbres d'Octave.
3. Si on **enlève 4** aux timbres de Noé et qu'on **divise par 5**, on obtient les timbres de Prune.
4. Les timbres d'Octave, plus ceux de Prune, font **12**.

Combien de timbres a chacun ?

Solutions

À cacher avant impression

Solution 1 : Les bonbons

Variables : A = bonbons d'Alice, B = de Boris, C = de Clara

Équations : $\frac{A-2}{4} = B$; $\frac{B}{2} + 3 = C$; $A + B + C = 49$

Résolution : De (1) : $A = 4B + 2$. De (2) : $C = \frac{B}{2} + 3$. Dans le total : $(4B + 2) + B + \frac{B}{2} + 3 = 49 \Rightarrow 5B + \frac{B}{2} = 44 \Rightarrow \times 2 : 11B = 88 \Rightarrow B = 8$.

Réponse : Alice a 34 bonbons, Boris 8, Clara 7

Solution 2 : Les billes

Variables : E = billes d'Emma, F = de Félix, G = de Gina

Équations : $\frac{E}{3} - 2 = F$; $\frac{F+1}{2} = G$; $E + F + G = 38$

Résolution : De (1) : $E = 3(F + 2) = 3F + 6$. De (2) : $G = \frac{F+1}{2}$. Dans le total : $(3F + 6) + F + \frac{F+1}{2} = 38 \Rightarrow 4F + \frac{F+1}{2} = 32 \Rightarrow \times 2 : 8F + F + 1 = 64 \Rightarrow 9F = 63 \Rightarrow F = 7$.

Réponse : Emma a 27 billes, Félix 7, Gina 4

Solution 3 : Les images

Variables : H = images de Hugo, I = d'Iris, J = de Jules

Équations : $\frac{H-6}{2} = I$; $\frac{I}{3} + 2 = J$; $H + I + J = 38$

Résolution : De (1) : $H = 2I + 6$. De (2) : $J = \frac{I}{3} + 2$. Dans le total : $(2I + 6) + I + \frac{I}{3} + 2 = 38 \Rightarrow 3I + \frac{I}{3} = 30 \Rightarrow \times 3 : 9I + I = 90 \Rightarrow 10I = 90 \Rightarrow I = 9$.

Réponse : Hugo a 24 images, Iris 9, Jules 5

Solution 4 : Les crayons de couleur

Variables : K = crayons de Karim, L = de Lina, M = de Marc

Équations : $\frac{K}{4} - 2 = L$; $\frac{L+3}{3} = M$; $K + L + M = 41$

Résolution : De (1) : $K = 4(L + 2) = 4L + 8$. De (2) : $M = \frac{L+3}{3}$. Dans le total : $(4L + 8) + L + \frac{L+3}{3} = 41 \Rightarrow 5L + \frac{L+3}{3} = 33 \Rightarrow \times 3 : 15L + L + 3 = 99 \Rightarrow 16L = 96 \Rightarrow L = 6$.

Réponse : Karim a 32 crayons, Lina 6, Marc 3

Solution 5 : Les perles

Variables : N = perles de Nina, O = d'Oscar, P = de Paloma

Équations : $\frac{N-2}{3} = O$; $\frac{O}{2} + 4 = P$; $N + O + P = 51$

Résolution : De (1) : $N = 3O + 2$. De (2) : $P = \frac{O}{2} + 4$. Dans le total : $(3O + 2) + O + \frac{O}{2} + 4 = 51 \Rightarrow 4O + \frac{O}{2} = 45 \Rightarrow \times 2 : 8O + O = 90 \Rightarrow 9O = 90 \Rightarrow O = 10$.

Réponse : Nina a 32 perles, Oscar 10, Paloma 9

Solution 6 : Les coquillages

Variables : A = coquillages d'Adèle, B = de Bastien, C = de Chloé, D = de David

Équations : $\frac{A-3}{2} = B$; $\frac{B+1}{2} = C$; $\frac{C}{3} + 2 = D$; $A + B + C + D = 46$

Résolution : De (1) : $A = 2B + 3$. De (2) : $B = 2C - 1$, donc $A = 4C + 1$. De (3) : $D = \frac{C}{3} + 2$. Dans le total : $(4C + 1) + (2C - 1) + C + \frac{C}{3} + 2 = 46 \Rightarrow 7C + \frac{C}{3} = 44 \Rightarrow \times 3 : 21C + C = 132 \Rightarrow 22C = 132 \Rightarrow C = 6$.

Réponse : Adèle a 25 coquillages, Bastien 11, Chloé 6, David 4

Solution 7 : Les minutes de lecture**Variables :** E = minutes d'Éva, F = de Florian, G = de Gaëlle, H = d'Hector**Équations :** $\frac{E}{5} - 1 = F$; $\frac{F-2}{2} = G$; $\frac{G}{3} + 4 = H$; $E + F + G + H = 61$ **Résolution :** De (1) : $E = 5(F + 1) = 5F + 5$. De (2) : $F = 2G + 2$, donc $E = 10G + 15$. De (3) : $H = \frac{G}{3} + 4$. Dans le total : $(10G + 15) + (2G + 2) + G + \frac{G}{3} + 4 = 61 \Rightarrow 13G + \frac{G}{3} = 40 \Rightarrow \times 3 : 39G + G = 120 \Rightarrow 40G = 120 \Rightarrow G = 3$.**Réponse :** Éva a lu 45 minutes, Florian 8, Gaëlle 3, Hector 5**Solution 8 : Les points au jeu****Variables :** I = points d'Igor, J = de Jade, K = de Kévin, L = de Léa**Équations :** $\frac{I-4}{5} = J$; $\frac{J}{2} + 3 = K$; $\frac{K+1}{2} = L$; $I + J + K + L = 63$ **Résolution :** De (1) : $I = 5J + 4$. De (2) : $K = \frac{J}{2} + 3$. De (3) : $L = \frac{K+1}{2} = \frac{J/2+3+1}{2} = \frac{J}{4} + 2$. Dans le total : $(5J + 4) + J + (\frac{J}{2} + 3) + (\frac{J}{4} + 2) = 63 \Rightarrow 6J + \frac{J}{2} + \frac{J}{4} = 54 \Rightarrow \times 4 : 24J + 2J + J = 216 \Rightarrow 27J = 216 \Rightarrow J = 8$.**Réponse :** Igor a 44 points, Jade 8, Kévin 7, Léa 4**Solution 9 : Les autocollants****Variables :** M = autocollants de Mila, N = de Nathan, O = d'Olivia, P = de Pablo**Équations :** $\frac{M}{3} + 2 = N$; $\frac{N-1}{4} = O$; $\frac{O}{2} + 5 = P$; $M + N + O + P = 73$ **Résolution :** De (2) : $N = 4O + 1$. De (1) : $\frac{M}{3} + 2 = 4O + 1 \Rightarrow M = 3(4O - 1) = 12O - 3$. De (3) : $P = \frac{O}{2} + 5$. Dans le total : $(12O - 3) + (4O + 1) + O + \frac{O}{2} + 5 = 73 \Rightarrow 17O + \frac{O}{2} = 70 \Rightarrow \times 2 : 34O + O = 140 \Rightarrow 35O = 140 \Rightarrow O = 4$.**Réponse :** Mila a 45 autocollants, Nathan 17, Olivia 4, Pablo 7**Solution 10 : Les pommes du verger****Variables :** A = pommes d'Alice, B = de Boris, C = de Camille, D = de Dimitri**Équations :** $\frac{A+B}{5} = 9$; $\frac{B-3}{4} = C$; $\frac{C}{2} + 1 = D$; $A - D = 14$ **Résolution :** De (1) : $A + B = 45$, donc $A = 45 - B$. De (2) : $B = 4C + 3$, donc $A = 42 - 4C$. De (3) : $D = \frac{C}{2} + 1$. Dans (4) : $(42 - 4C) - (\frac{C}{2} + 1) = 14 \Rightarrow 41 - 4C - \frac{C}{2} = 14 \Rightarrow 4C + \frac{C}{2} = 27 \Rightarrow \times 2 : 9C = 54 \Rightarrow C = 6$.**Réponse :** Alice a 18 pommes, Boris 27, Camille 6, Dimitri 4**Solution 11 : Les photos de vacances****Variables :** E = photos d'Eva, F = de Félix, G = de Garance, H = d'Hector**Équations :** $\frac{E+F}{5} = 8$; $\frac{E-2}{5} = G$; $\frac{G}{2} + 3 = H$; $F - H = 13$ **Résolution :** De (1) : $E + F = 40$, donc $F = 40 - E$. De (2) : $G = \frac{E-2}{5}$. De (3) : $H = \frac{G}{2} + 3 = \frac{E-2}{10} + 3$. Dans (4) : $(40 - E) - (\frac{E-2}{10} + 3) = 13 \Rightarrow 37 - E - \frac{E-2}{10} = 13 \Rightarrow E + \frac{E-2}{10} = 24 \Rightarrow \times 10 : 10E + E - 2 = 240 \Rightarrow 11E = 242 \Rightarrow E = 22$.**Réponse :** Eva a 22 photos, Félix 18, Garance 4, Hector 5**Solution 12 : Les pièces de monnaie****Variables :** I = pièces d'Imane, J = de Julien, K = de Klara, L = de Louis**Équations :** $\frac{I+J-2}{6} = 7$; $\frac{J}{4} - 1 = K$; $\frac{K+3}{2} = L$; $J + L = 24$ **Résolution :** De (1) : $I + J = 44$, donc $J = 44 - I$. De (2) : $K = \frac{J}{4} - 1$. De (3) : $L = \frac{K+3}{2} = \frac{J/4-1+3}{2} = \frac{J}{8} + 1$. Dans (4) : $(44 - I) + \frac{J}{8} + 1 = 24 \Rightarrow 45 - I + \frac{J}{8} = 24 \Rightarrow I - \frac{J}{8} = 21 \Rightarrow \times 8 : 8I - J = 168 \Rightarrow 7I = 168 \Rightarrow I = 24$.**Réponse :** Imane a 24 pièces, Julien 20, Klara 5, Louis 4**Solution 13 : Les timbres de collection****Variables :** M = timbres de Marie, N = de Noé, O = d'Octave, P = de Prune**Équations :** $\frac{M+N}{4} = 12$; $\frac{M}{3} + 2 = O$; $\frac{N-4}{5} = P$; $O + P = 12$ **Résolution :** De (1) : $M + N = 48$, donc $N = 48 - M$. De (2) : $O = \frac{M}{3} + 2$. De (3) : $P = \frac{N-4}{5} = \frac{44-M}{5}$. Dans (4) : $\frac{M}{3} + 2 + \frac{44-M}{5} = 12 \Rightarrow \frac{M}{3} + \frac{44-M}{5} = 10 \Rightarrow \times 15 : 5M + 3(44 - M) = 150 \Rightarrow 5M + 132 - 3M = 150 \Rightarrow 2M = 18 \Rightarrow M = 9$.**Réponse :** Marie a 9 timbres, Noé 39, Octave 5, Prune 7