

# Série de Problèmes n° 4

*Parenthèses et fractions*

« La moitié de ( $x$  **moins** 4) »  
n'est **pas** la même chose que  
« la moitié de  $x$ , **moins** 4 » !

PARTIE A Attention aux parenthèses!

PARTIE B Devine le nombre

---

## Table des matières

---

<b>Le piège des parenthèses</b>	<b>2</b>
<b>1 PARTIE A : Attention aux parenthèses!</b>	<b>4</b>
<b>2 PARTIE B : Devine le nombre</b>	<b>6</b>
<b>Solutions — Partie A</b>	<b>7</b>
<b>Solutions — Partie B</b>	<b>10</b>

## Le piège des parenthèses

**Attention ! Ces deux phrases sont différentes :**

Phrase en français	En maths
« la moitié de $(x$ moins $4)$ »	$\frac{x - 4}{2}$
« la moitié de $x$ , moins $4$ »	$\frac{x}{2} - 4$

**Exemple :** si  $x = 10$  :

— La moitié de  $(10$  moins  $4) = \frac{10 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

— La moitié de  $10$ , moins  $4 = \frac{10}{2} - 4 = 5 - 4 = 1$

Ce n'est pas du tout la même chose !

**Comment reconnaître les parenthèses ?**

**Règle :** On met des parenthèses quand on fait **d'abord** l'addition ou la soustraction, **puis** la division.

**Cas 1 :**  $x \rightarrow$  enlever  $4 \rightarrow$  diviser par  $2 = \frac{x - 4}{2}$

**Cas 2 :**  $x \rightarrow$  diviser par  $2 \rightarrow$  enlever  $4 = \frac{x}{2} - 4$

L'**ordre** des opérations change le résultat !

### Exemple complet

**Problème :** Anna, Ben et Clara comptent leurs billes. Si on **enlève 2** aux billes d'Anna et qu'on **divise par 2**, on obtient les billes de Ben. Ben a **5 billes** de plus que Clara. Ensemble, ils ont **27 billes**.

Variables :  $A$  = billes d'Anna,  $B$  = billes de Ben,  $C$  = billes de Clara

**Traduction :** « enlève  $2$  **puis** divise par  $2$  »  $\Rightarrow$  parenthèses !

**Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{A-2}{2} = B &\implies A-2 = 2B \implies A = 2B+2 \\ B &= C+5 \\ A+B+C &= 27\end{aligned}$$

**Résolution :** De (2) :  $C = B - 5$ . De (1) :  $A = 2B + 2$ .

Dans (3) :  $(2B + 2) + B + (B - 5) = 27 \Rightarrow 4B - 3 = 27 \Rightarrow 4B = 30 \Rightarrow B = \dots$

Oups!  $30 \div 4$  ne donne pas un nombre entier. Vérifions l'énoncé...

**Attention :** Et si c'était plutôt « divise par 2, puis enlève 2 »? Alors :

$$\frac{A}{2} - 2 = B \implies A = 2(B + 2) = 2B + 4$$

Dans (3) :  $(2B + 4) + B + (B - 5) = 27 \Rightarrow 4B - 1 = 27 \Rightarrow 4B = 28 \Rightarrow B = 7$

Donc  $A = 18, C = 2$ .

**Vérification :**  $18 \div 2 - 2 = 9 - 2 = 7 = B \checkmark$  ;  $7 = 2 + 5 \checkmark$  ;  $18 + 7 + 2 = 27 \checkmark$

*Morale : bien lire l'ordre des opérations change tout!*

**PARTIE A : Attention aux parenthèses !****Problème 1 : Les bonbons de Léa, Marc et Nina**

Léa, Marc et Nina comptent leurs bonbons.

Si on **enlève 4** aux bonbons de Léa et qu'on **divise par 2**, on obtient les bonbons de Marc.

Marc a **2 bonbons** de plus que Nina. Ensemble, ils ont **30 bonbons**.

*Combien de bonbons a chacun ?*

**Problème 2 : Les billes d'Oscar, Pauline et Romain**

Oscar, Pauline et Romain jouent aux billes.

Si on **divise** les billes d'Oscar **par 3**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les billes de Pauline.

Pauline a **3 billes** de plus que Romain. Ensemble, ils ont **38 billes**.

*Combien de billes a chacun ?*

**Problème 3 : Les images de Sarah, Théo et Ugo**

Sarah, Théo et Ugo collectionnent des images.

Si on **ajoute 6** aux images de Sarah et qu'on **divise par 2**, on obtient les images de Théo. Théo

a **4 images** de plus qu'Ugo. Ensemble, ils ont **42 images**.

*Combien d'images a chacun ?*

**Problème 4 : L'argent de Victor, Wendy et Xavier**

Victor, Wendy et Xavier comparent leur argent de poche.

Si on **divise** l'argent de Victor **par 4**, puis qu'on **ajoute 3**, on obtient l'argent de Wendy. Wendy a **5 €** de plus que Xavier. Ensemble, ils ont **43 €**.

*Combien d'argent a chacun ?*

**Problème 5 : L'âge d'Emma, Félix et Gina**

Emma, Félix et Gina comparent leurs âges.

Si on **enlève 2** à l'âge d'Emma et qu'on **divise par 2**, on obtient l'âge de Félix. Si on **divise** l'âge d'Emma **par 3**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient l'âge de Gina. La somme de leurs âges est **33 ans**.

*Quel âge a chacun ?*

**Problème 6 : Les cartes d'Hugo, Inès et Jules**

Hugo, Inès et Jules échangent des cartes.

Si on **ajoute 8** aux cartes d'Hugo et qu'on **divise par 4**, on obtient les cartes d'Inès. Si on **enlève 3** aux cartes d'Inès, on obtient la **moitié** des cartes de Jules. Ensemble, ils ont **35 cartes**.

*Combien de cartes a chacun ?*

**Problème 7 : Les perles d'Aya, Baptiste et Chloé**

Aya, Baptiste et Chloé comptent leurs perles.

Si on **enlève 5** aux perles d'Aya et qu'on **divise par 3**, on obtient les perles de Baptiste. Si on **divise** les perles de Baptiste **par 2**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les perles de Chloé. Ensemble, ils ont **33 perles**.

*Combien de perles a chacun ?*

**Problème 8 : Les autocollants de Diego, Éva et Farid**

Diego, Éva et Farid collectionnent des autocollants.

Si on **ajoute 2** aux autocollants de Diego et qu'on **divise par 3**, on obtient les autocollants d'Éva. Si on **enlève 2** aux autocollants d'Éva, on obtient la **moitié** des autocollants de Farid. Ensemble, ils ont **42 autocollants**.

*Combien d'autocollants a chacun ?*

**Problème 9 : Les points de Gabrielle, Hector et Iris**

Gabrielle, Hector et Iris comparent leurs points dans un jeu.

Si on **enlève 3** aux points de Gabrielle et qu'on **divise par 4**, on obtient les points d'Hector. Si on **ajoute 3** aux points d'Hector et qu'on **multiplie par 2**, on obtient les points d'Iris. Ensemble, ils ont **44 points**.

*Combien de points a chacun ?*

## PARTIE B : Devine le nombre

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

### Méthode : remonter les opérations

Pour trouver le nombre de départ, on **remonte** les opérations en faisant l'**inverse** :

- L'inverse de « ajouter » est « enlever »
- L'inverse de « diviser » est « multiplier »

**Exemple :** « Je divise par 2, puis j'ajoute 3. J'obtiens 8. »

On remonte :  $8 \xrightarrow{\text{enlever } 3} 5 \xrightarrow{\text{multiplier par } 2} 10$

Le nombre de départ est 10. Vérification :  $10 \div 2 + 3 = 5 + 3 = 8 \checkmark$

### Problème 10 : Le nombre de Karim

Karim pense à un nombre. Il lui **enlève 6**, puis **divise** le résultat **par 2**. Il obtient **8**.

*Quel est le nombre de départ ?*

### Problème 11 : Le nombre de Lina

Lina pense à un nombre. Elle le **divise par 3**, puis **enlève 4**. Elle obtient **2**.

*Quel est le nombre de départ ?*

### Problème 12 : Le nombre de Malik

Malik pense à un nombre. Il lui **ajoute 10**, puis **divise** le résultat **par 4**. Il obtient **7**.

*Quel est le nombre de départ ?*

### Problème 13 : Le nombre de Nora

Nora pense à un nombre. Elle le **divise par 2**, puis **ajoute 9**. Elle obtient **15**.

*Quel est le nombre de départ ?*

## Solutions — Partie A

À cacher avant impression

## Solution 1 : Les bonbons de Léa, Marc et Nina

**Variables :**  $L$  = bonbons de Léa,  $M$  = bonbons de Marc,  $N$  = bonbons de Nina**Traduction :** « enlève 4 puis divise par 2 »  $\Rightarrow$  parenthèses :  $\frac{L-4}{2} = M$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{L-4}{2} = M &\implies L-4 = 2M \implies L = 2M + 4 \\ M &= N + 2 \\ L + M + N &= 30\end{aligned}$$

**Résolution :** De (2) :  $N = M - 2$ . De (1) :  $L = 2M + 4$ .Dans (3) :  $(2M + 4) + M + (M - 2) = 30 \Rightarrow 4M + 2 = 30 \Rightarrow 4M = 28 \Rightarrow M = 7$ **Réponse :** Léa a 18 bonbons, Marc a 7 bonbons, Nina a 5 bonbonsVérification :  $(18 - 4) \div 2 = 14 \div 2 = 7 \checkmark$  ;  $7 = 5 + 2 \checkmark$  ;  $18 + 7 + 5 = 30 \checkmark$ 

## Solution 2 : Les billes d'Oscar, Pauline et Romain

**Variables :**  $O$  = billes d'Oscar,  $P$  = billes de Pauline,  $R$  = billes de Romain**Traduction :** « divise par 3, puis enlève 2 »  $\Rightarrow$  pas de parenthèses :  $\frac{O}{3} - 2 = P$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{O}{3} - 2 = P &\implies \frac{O}{3} = P + 2 \implies O = 3(P + 2) = 3P + 6 \\ P &= R + 3 \\ O + P + R &= 38\end{aligned}$$

**Résolution :** De (2) :  $R = P - 3$ . De (1) :  $O = 3P + 6$ .Dans (3) :  $(3P + 6) + P + (P - 3) = 38 \Rightarrow 5P + 3 = 38 \Rightarrow 5P = 35 \Rightarrow P = 7$ **Réponse :** Oscar a 27 billes, Pauline a 7 billes, Romain a 4 billesVérification :  $27 \div 3 - 2 = 9 - 2 = 7 \checkmark$  ;  $7 = 4 + 3 \checkmark$  ;  $27 + 7 + 4 = 38 \checkmark$ 

## Solution 3 : Les images de Sarah, Théo et Ugo

**Variables :**  $S$  = images de Sarah,  $T$  = de Théo,  $U$  = d'Ugo**Traduction :** « ajoute 6 puis divise par 2 »  $\Rightarrow$  parenthèses :  $\frac{S+6}{2} = T$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{S+6}{2} = T &\implies S+6 = 2T \implies S = 2T - 6 \\ T &= U + 4 \\ S + T + U &= 42\end{aligned}$$

**Résolution :** De (2) :  $U = T - 4$ . De (1) :  $S = 2T - 6$ .Dans (3) :  $(2T - 6) + T + (T - 4) = 42 \Rightarrow 4T - 10 = 42 \Rightarrow 4T = 52 \Rightarrow T = 13$ **Réponse :** Sarah a 20 images, Théo a 13 images, Ugo a 9 imagesVérification :  $(20 + 6) \div 2 = 26 \div 2 = 13 \checkmark$  ;  $13 = 9 + 4 \checkmark$  ;  $20 + 13 + 9 = 42 \checkmark$

**Solution 4 : L'argent de Victor, Wendy et Xavier****Variables :**  $V$  = argent de Victor,  $W$  = de Wendy,  $X$  = de Xavier**Traduction :** « divise par 4, puis ajoute 3 »  $\Rightarrow$  pas de parenthèses :  $\frac{V}{4} + 3 = W$ **Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{V}{4} + 3 = W &\implies \frac{V}{4} = W - 3 \implies V = 4(W - 3) = 4W - 12 \\ W &= X + 5 \\ V + W + X &= 43\end{aligned}$$

**Résolution :** De (2) :  $X = W - 5$ . De (1) :  $V = 4W - 12$ .Dans (3) :  $(4W - 12) + W + (W - 5) = 43 \Rightarrow 6W - 17 = 43 \Rightarrow 6W = 60 \Rightarrow W = 10$ **Réponse :** Victor a 28 €, Wendy a 10 €, Xavier a 5 €Vérification :  $28 \div 4 + 3 = 7 + 3 = 10 \checkmark$  ;  $10 = 5 + 5 \checkmark$  ;  $28 + 10 + 5 = 43 \checkmark$ **Solution 5 : L'âge d'Emma, Félix et Gina****Variables :**  $E$  = âge d'Emma,  $F$  = âge de Félix,  $G$  = âge de Gina**Traduction :**

— « enlève 2 puis divise par 2 »  $\Rightarrow \frac{E-2}{2} = F$  (parenthèses)

— « divise par 3, puis ajoute 1 »  $\Rightarrow \frac{E}{3} + 1 = G$  (pas de parenthèses)

**Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{E-2}{2} = F &\implies E = 2F + 2 \\ \frac{E}{3} + 1 = G &\implies G = \frac{E}{3} + 1 \\ E + F + G &= 33\end{aligned}$$

**Résolution :** De (1) :  $F = \frac{E-2}{2}$ . De (2) :  $G = \frac{E}{3} + 1$ .Dans (3) :  $E + \frac{E-2}{2} + \frac{E}{3} + 1 = 33$ Multiplions tout par 6 :  $6E + 3(E-2) + 2E + 6 = 198 \Rightarrow 6E + 3E - 6 + 2E + 6 = 198 \Rightarrow 11E = 198 \Rightarrow E = 18$ **Réponse :** Emma a 18 ans, Félix a 8 ans, Gina a 7 ansVérification :  $(18 - 2) \div 2 = 8 \checkmark$  ;  $18 \div 3 + 1 = 7 \checkmark$  ;  $18 + 8 + 7 = 33 \checkmark$ **Solution 6 : Les cartes d'Hugo, Inès et Jules****Variables :**  $H$  = cartes d'Hugo,  $I$  = cartes d'Inès,  $J$  = cartes de Jules**Traduction :**

— « ajoute 8 puis divise par 4 »  $\Rightarrow \frac{H+8}{4} = I$  (parenthèses)

— « Inès moins 3 = moitié de Jules »  $\Rightarrow I - 3 = \frac{J}{2}$

**Équations :**

$$\begin{aligned}\frac{H+8}{4} = I &\implies H + 8 = 4I \implies H = 4I - 8 \\ I - 3 = \frac{J}{2} &\implies J = 2(I - 3) = 2I - 6 \\ H + I + J &= 35\end{aligned}$$

**Résolution :** De (1) :  $H = 4I - 8$ . De (2) :  $J = 2I - 6$ .Dans (3) :  $(4I - 8) + I + (2I - 6) = 35 \Rightarrow 7I - 14 = 35 \Rightarrow 7I = 49 \Rightarrow I = 7$ **Réponse :** Hugo a 20 cartes, Inès a 7 cartes, Jules a 8 cartesVérification :  $(20 + 8) \div 4 = 28 \div 4 = 7 \checkmark$  ;  $7 - 3 = 4 = 8 \div 2 \checkmark$  ;  $20 + 7 + 8 = 35 \checkmark$

**Solution 7 : Les perles d'Aya, Baptiste et Chloé****Variables :**  $A$  = perles d'Aya,  $B$  = de Baptiste,  $C$  = de Chloé**Traduction :**

$$\text{— « enlève 5 puis divise par 3 »} \Rightarrow \frac{A-5}{3} = B \quad (\text{parenthèses})$$

$$\text{— « divise par 2, puis ajoute 1 »} \Rightarrow \frac{B}{2} + 1 = C \quad (\text{pas de parenthèses})$$

**Équations :**

$$\frac{A-5}{3} = B \implies A = 3B + 5$$

$$\frac{B}{2} + 1 = C \implies C = \frac{B}{2} + 1$$

$$A + B + C = 33$$

**Résolution :** De (1) :  $A = 3B + 5$ . De (2) :  $C = \frac{B}{2} + 1$ .Dans (3) :  $(3B + 5) + B + \frac{B}{2} + 1 = 33 \Rightarrow \frac{9B}{2} + 6 = 33 \Rightarrow \frac{9B}{2} = 27 \Rightarrow B = 6$ **Réponse :** Aya a 23 perles, Baptiste a 6 perles, Chloé a 4 perlesVérification :  $(23 - 5) \div 3 = 18 \div 3 = 6 \checkmark$  ;  $6 \div 2 + 1 = 3 + 1 = 4 \checkmark$  ;  $23 + 6 + 4 = 33 \checkmark$ **Solution 8 : Les autocollants de Diego, Éva et Farid****Variables :**  $D$  = autocollants de Diego,  $E$  = d'Éva,  $F$  = de Farid**Traduction :**

$$\text{— « ajoute 2 puis divise par 3 »} \Rightarrow \frac{D+2}{3} = E \quad (\text{parenthèses})$$

$$\text{— « Éva moins 2 = moitié de Farid »} \Rightarrow E - 2 = \frac{F}{2}$$

**Équations :**

$$\frac{D+2}{3} = E \implies D = 3E - 2$$

$$E - 2 = \frac{F}{2} \implies F = 2(E - 2) = 2E - 4$$

$$D + E + F = 42$$

**Résolution :** De (1) :  $D = 3E - 2$ . De (2) :  $F = 2E - 4$ .Dans (3) :  $(3E - 2) + E + (2E - 4) = 42 \Rightarrow 6E - 6 = 42 \Rightarrow 6E = 48 \Rightarrow E = 8$ **Réponse :** Diego a 22 autocollants, Éva a 8 autocollants, Farid a 12 autocollantsVérification :  $(22 + 2) \div 3 = 24 \div 3 = 8 \checkmark$  ;  $8 - 2 = 6 = 12 \div 2 \checkmark$  ;  $22 + 8 + 12 = 42 \checkmark$ **Solution 9 : Les points de Gabrielle, Hector et Iris****Variables :**  $G$  = points de Gabrielle,  $H$  = d'Hector,  $I$  = d'Iris**Traduction :**

$$\text{— « enlève 3 puis divise par 4 »} \Rightarrow \frac{G-3}{4} = H \quad (\text{parenthèses})$$

$$\text{— « ajoute 3 puis multiplie par 2 »} \Rightarrow 2(H+3) = I \quad (\text{parenthèses aussi!})$$

**Équations :**

$$\frac{G-3}{4} = H \implies G = 4H + 3$$

$$2(H+3) = I \implies I = 2H + 6$$

$$G + H + I = 44$$

**Résolution :** De (1) :  $G = 4H + 3$ . De (2) :  $I = 2H + 6$ .Dans (3) :  $(4H + 3) + H + (2H + 6) = 44 \Rightarrow 7H + 9 = 44 \Rightarrow 7H = 35 \Rightarrow H = 5$ **Réponse :** Gabrielle a 23 points, Hector a 5 points, Iris a 16 pointsVérification :  $(23 - 3) \div 4 = 20 \div 4 = 5 \checkmark$  ;  $2 \times (5 + 3) = 2 \times 8 = 16 \checkmark$  ;  $23 + 5 + 16 = 44 \checkmark$

## Solutions — Partie B

*À cacher avant impression*

### Solution 10 : Le nombre de Karim

**Traduction :** « enlève 6 puis divise par 2 »  $\Rightarrow \frac{x-6}{2} = 8$

**Résolution :**

$$\frac{x-6}{2} = 8 \implies x-6 = 16 \implies x = 22$$

**Réponse :** Le nombre est 22

Vérification :  $(22 - 6) \div 2 = 16 \div 2 = 8 \checkmark$

### Solution 11 : Le nombre de Lina

**Traduction :** « divise par 3, puis enlève 4 »  $\Rightarrow \frac{x}{3} - 4 = 2$

**Résolution :**

$$\frac{x}{3} - 4 = 2 \implies \frac{x}{3} = 6 \implies x = 18$$

**Réponse :** Le nombre est 18

Vérification :  $18 \div 3 - 4 = 6 - 4 = 2 \checkmark$

### Solution 12 : Le nombre de Malik

**Traduction :** « ajoute 10 puis divise par 4 »  $\Rightarrow \frac{x+10}{4} = 7$

**Résolution :**

$$\frac{x+10}{4} = 7 \implies x+10 = 28 \implies x = 18$$

**Réponse :** Le nombre est 18

Vérification :  $(18 + 10) \div 4 = 28 \div 4 = 7 \checkmark$

### Solution 13 : Le nombre de Nora

**Traduction :** « divise par 2, puis ajoute 9 »  $\Rightarrow \frac{x}{2} + 9 = 15$

**Résolution :**

$$\frac{x}{2} + 9 = 15 \implies \frac{x}{2} = 6 \implies x = 12$$

**Réponse :** Le nombre est 12

Vérification :  $12 \div 2 + 9 = 6 + 9 = 15 \checkmark$