

Série de Problèmes n°10

Matrices progressives & systèmes à 5 inconnues

Nouveaux concepts :

« **Raisonnement par analogie visuelle** »

« **Résoudre un système de 5 équations à 5 inconnues** »

PARTIE A Matrices progressives : trouver la règle cachée

PARTIE B Systèmes d'équations à 5 inconnues (chaînes)

Table des matières

I	PARTIE A : Matrices progressives	3
2	PARTIE B : Systèmes à 5 inconnues	8
3	SOLUTIONS — Partie A	II
4	SOLUTIONS — Partie B	13

Rappel express

Nouveau : Matrices progressives

Une **matrice progressive** est une grille de 3×3 images. La case en bas à droite est manquante (marquée « ? »). Tu dois trouver quelle image complète la grille en observant les **règles** qui gouvernent chaque ligne :

- **Progression** : un attribut change régulièrement (ex : la taille augmente)
- **Distribution** : chaque valeur apparaît exactement une fois par ligne
- Les attributs possibles sont : la *forme*, la *taille*, le *remplissage*

Observe les deux premières lignes pour identifier la règle, puis applique-la à la troisième !

Nouveau : Systèmes à 5 inconnues

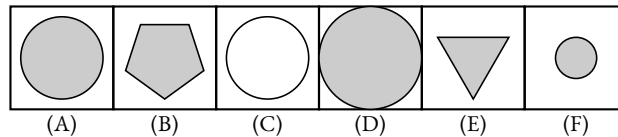
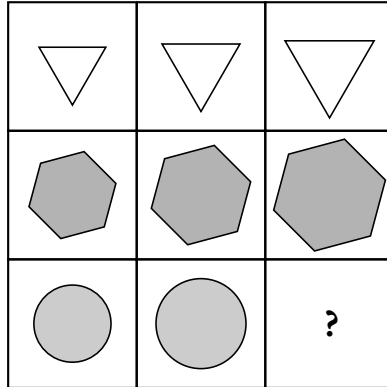
Un système à 5 inconnues fonctionne comme ceux à 3 ou 4 inconnues, mais avec une chaîne de dépendances plus longue. La méthode reste la même :

1. Trouve l'équation qui donne directement la valeur d'une inconnue
2. Remonte la chaîne en substituant chaque valeur trouvée

PARTIE A : Matrices progressives

Problème 1 : Première matrice — une seule règle

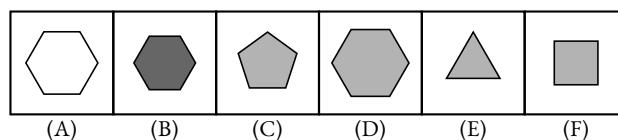
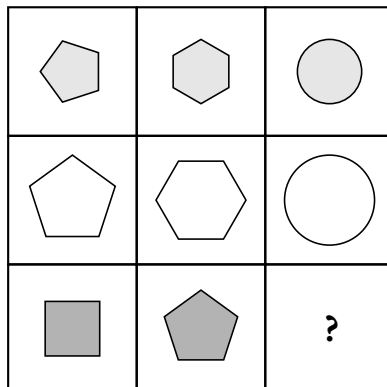
Observe la grille ci-dessous. Chaque ligne suit la **même règle**. Quelle image remplace le « ? » ?



Indice : Observe comment la taille évolue de gauche à droite.

Problème 2 : Progression de la forme

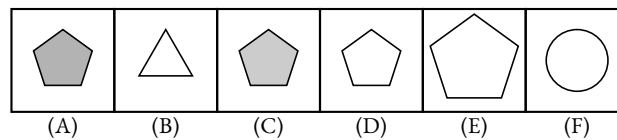
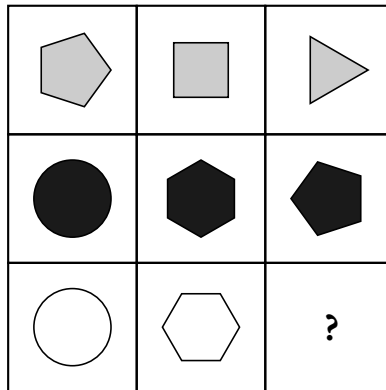
Observe comment la forme évolue d'une colonne à l'autre. Quelle image remplace le « ? » ?



Indice : Observe comment la forme évolue : combien de côtés à chaque étape ?

Problème 3 : Progression inverse

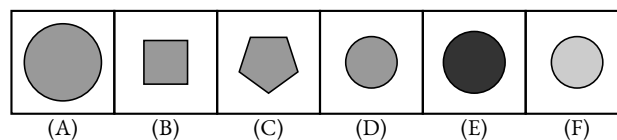
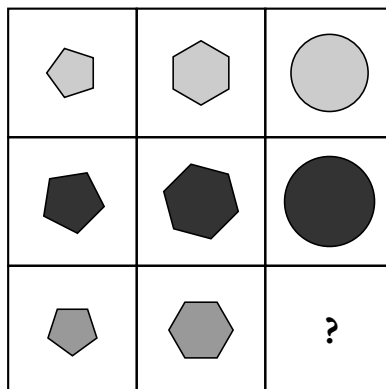
Même idée que le problème précédent, mais dans l'autre sens ! Quelle image remplace le « ? » ?



Indice : Même idée, mais dans l'autre sens !

Problème 4 : Deux progressions simultanées

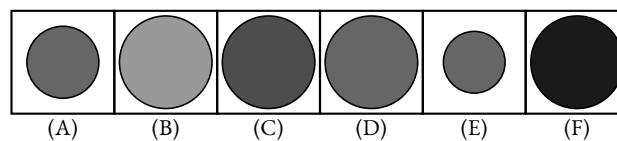
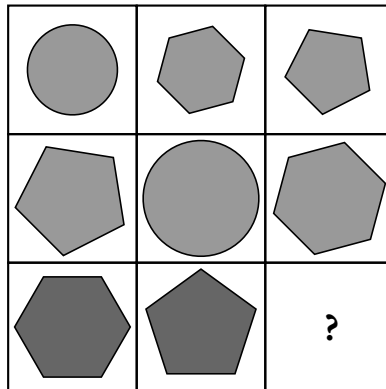
Ici, **deux** attributs changent à la fois. Quelle image complète la grille ?



Indice : Deux choses changent en même temps. Lesquelles ?

Problème 5 : Distribution des formes

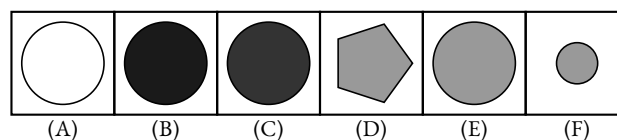
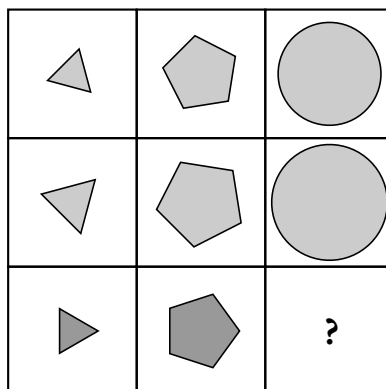
Chaque forme n'apparaît qu'une seule fois par ligne. Quelle image remplace le « ? » ?



Indice : Chaque forme n'apparaît qu'une seule fois par ligne.

Problème 6 : Deux règles simultanées

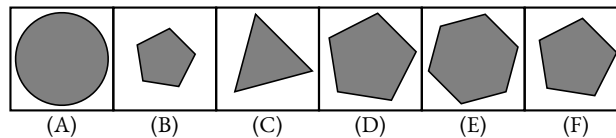
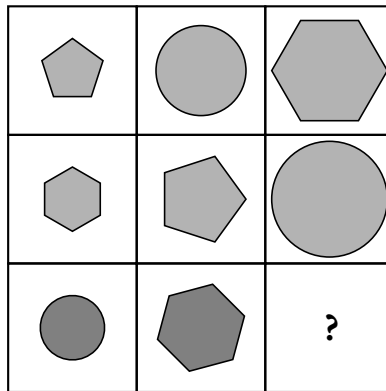
Ici, **deux** attributs changent à la fois. Quelle image complète la grille ?



Indice : Deux progressions. La forme gagne des côtés ET la taille augmente.

Problème 7 : Distribution et progression

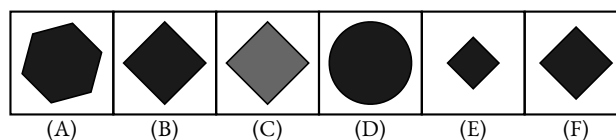
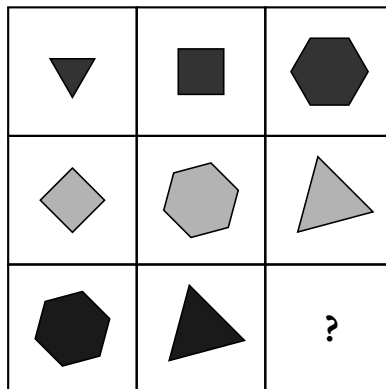
Ici, chaque forme apparaît exactement **une fois par ligne**, et la taille suit une progression.
Quelle image manque ?



Indice : Chaque forme apparaît une fois par ligne, et la taille augmente aussi.

Problème 8 : Distribution et progression (variation)

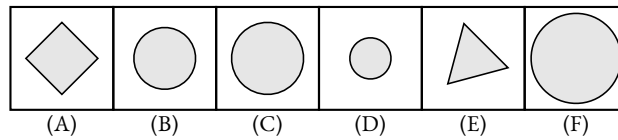
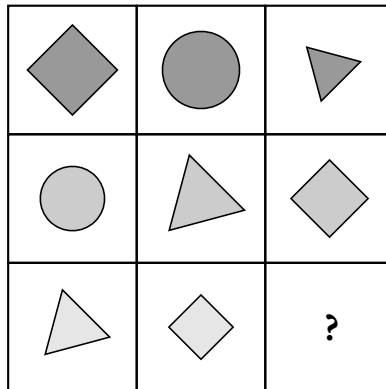
Même type de règles que le problème précédent, mais avec des formes différentes.



Indice : Même type de règles que le problème précédent, mais avec des formes différentes.

Problème 9 : Distribution double

Chaque forme et chaque taille apparaît exactement une fois par ligne.



Indice : Cette fois, la forme ET la taille sont distribuées (chacune apparaît une fois par ligne).

PARTIE B : Systèmes à 5 inconnues

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

Rappel : méthode de substitution en chaîne

Quand les inconnues forment une **chaîne** (A dépend de B , B dépend de C , etc.), on commence par l'inconnue qui est donnée directement, puis on remonte la chaîne.

Problème 10 : La famille nombreuse

Dans une famille de 5 enfants, leurs âges A , B , C , D et E vérifient :

$$A = B + 3$$

$$B = C + 2$$

$$C = D + D$$

$$D = E + 1$$

$$E = 2$$

Quel est l'âge de chaque enfant ?

Problème 11 : Les billes de 5 amis

Cinq amis ont des billes. On sait que :

$$F = G + 8$$

$$G = H \times 2$$

$$H = I + 5$$

$$I = J \times 3$$

$$J = 2$$

Combien de billes a chaque ami ?

Problème 12 : L'escalier mystérieux

Un escalier a 5 paliers. Le nombre de marches pour atteindre chaque palier (P, Q, R, S, T) vérifie :

$$P = Q + Q + 1$$

$$Q = R + 4$$

$$R = S \times 2$$

$$S = T + 3$$

$$T = 1$$

Combien de marches pour atteindre chaque palier ?

Problème 13 : Le tournoi de points

Dans un tournoi, 5 joueurs marquent des points (V, W, X, Y, Z). Les règles sont :

$$V = W + X$$

$$W = X + 6$$

$$X = Y \times 2$$

$$Y = Z + Z + 1$$

$$Z = 3$$

Combien de points a chaque joueur ?

SOLUTIONS — Partie A

À cacher avant impression.

Solution 1 : Première matrice

Règle : dans chaque ligne, la taille augmente de gauche à droite (petit → moyen → grand).
La 3^e ligne a : petit cercle, moyen cercle, donc il faut un **grand cercle** avec le même remplissage gris clair.

Réponse : (D)

Solution 2 : Progression de la forme

Règle : la forme progresse de +1 côté par colonne. Lignes 1-2 : pentagone → hexagone → cercle. Ligne 3 : carré → pentagone → **hexagone**.

Réponse : (D)

Solution 3 : Progression inverse

Règle : la forme progresse de -1 côté par colonne. Ligne 1 : pentagone → carré → triangle. Lignes 2-3 : cercle → hexagone → **pentagone**.

Réponse : (D)

Solution 4 : Deux progressions simultanées

Règles :
— Forme : pentagone → hexagone → cercle (progression +1 côté)
— Taille : petit → moyen → grand (progression croissante)
Ligne 3 : pentagone petit → hexagone moyen → **cercle grand** (gris 40%).

Réponse : (A)

Solution 5 : Distribution des formes

Règle : distribution de la forme (chaque forme apparaît exactement une fois par ligne).
Ligne 3 a hexagone et pentagone → il manque le **cercle**. Même taille et remplissage que les autres éléments de la ligne.

Réponse : (D)

Solution 6 : Deux règles simultanées

Règles :
— Forme : triangle → pentagone → cercle (progression +2 côtés)
— Taille : petit → moyen → grand (progression)
La 3^e ligne a : petit triangle, moyen pentagone, donc il faut un **grand cercle** gris moyen.

Réponse : (E)

Solution 7 : Distribution et progression

Règles :
— Forme : distribution (chaque forme apparaît 1 fois par ligne). Ligne 3 a cercle et hexagone → il manque le **pentagone**
— Taille : progression (petit → moyen → grand). Position 3 = grand.
Il faut un **grand pentagone** gris foncé.

Réponse : (D)

Solution 8 : Distribution et progression (variation)**Règles :**

- Forme : distribution (chaque forme apparaît 1 fois par ligne). Ligne 3 a hexagone et triangle → il manque le **carré**
- Taille : progression (la taille augmente). Position 3 = la plus grande.

Il faut un **carré** de taille appropriée, remplissage foncé.

Réponse : (B)

Solution 9 : Distribution double**Règles :**

- Forme : distribution. Ligne 3 a triangle et carré → manque **cercle**
- Taille : distribution. Ligne 3 a moyen et petit → manque **grand** (=1.40)

Il faut un **grand cercle** (gris clair). Le choix (F) est le plus grand cercle proposé avec le bon remplissage.

Réponse : (F)

SOLUTIONS — Partie B

À cacher avant impression.

Solution 10 : La famille nombreuse

On part de la fin de la chaîne :

$$\begin{aligned} E &= 2 \\ D &= E + 1 = 2 + 1 = 3 \\ C &= D + D = 3 + 3 = 6 \\ B &= C + 2 = 6 + 2 = 8 \\ A &= B + 3 = 8 + 3 = 11 \end{aligned}$$

$$A = 11, \quad B = 8, \quad C = 6, \quad D = 3, \quad E = 2$$

Solution 11 : Les billes de 5 amis

On part de la fin de la chaîne :

$$\begin{aligned} J &= 2 \\ I &= J \times 3 = 2 \times 3 = 6 \\ H &= I + 5 = 6 + 5 = 11 \\ G &= H \times 2 = 11 \times 2 = 22 \\ F &= G + 8 = 22 + 8 = 30 \end{aligned}$$

$$F = 30, \quad G = 22, \quad H = 11, \quad I = 6, \quad J = 2$$

Solution 12 : L'escalier mystérieux

On part de la fin de la chaîne :

$$\begin{aligned} T &= 1 \\ S &= T + 3 = 1 + 3 = 4 \\ R &= S \times 2 = 4 \times 2 = 8 \\ Q &= R + 4 = 8 + 4 = 12 \\ P &= Q + Q + 1 = 12 + 12 + 1 = 25 \end{aligned}$$

$$P = 25, \quad Q = 12, \quad R = 8, \quad S = 4, \quad T = 1$$

Solution 13 : Le tournoi de points

On part de la fin de la chaîne :

$$\begin{aligned} Z &= 3 \\ Y &= Z + Z + 1 = 3 + 3 + 1 = 7 \\ X &= Y \times 2 = 7 \times 2 = 14 \\ W &= X + 6 = 14 + 6 = 20 \\ V &= W + X = 20 + 14 = 34 \end{aligned}$$

$$V = 34, \quad W = 20, \quad X = 14, \quad Y = 7, \quad Z = 3$$