

# Série de Problèmes n°8

*Combinatoire : compter sans énumérer*

La question à toujours se poser :

« **Est-ce que c'est ET PUIS... ou bien OU BIEN?** »

PARTIE A ET PUIS = on multiplie

PARTIE B OU BIEN = on additionne

PARTIE C Systèmes d'équations (révision)

---

## Table des matières

---

<b>Les deux grandes règles du dénombrement</b>	<b>2</b>
<b>1 PARTIE A : ET PUIS = on multiplie</b>	<b>3</b>
<b>2 PARTIE B : OU BIEN = on additionne</b>	<b>5</b>
<b>3 PARTIE C : Systèmes d'équations (révision)</b>	<b>7</b>
<b>Solutions — Partie A</b>	<b>9</b>
<b>Solutions — Partie B</b>	<b>9</b>
<b>Solutions — Partie C</b>	<b>11</b>

## Les deux grandes règles du dénombrement

### Règle n°1 : ET PUIS $\Rightarrow$ on multiplie

Si tu fais un choix, **et puis** un autre choix, tu **multiplies** le nombre de possibilités.

**Exemple :** Tu choisis un t-shirt (4 possibilités) **et puis** un pantalon (3 possibilités).  
Nombre de tenues =  $4 \times 3 = 12$ .

### Règle n°2 : OU BIEN $\Rightarrow$ on additionne

Si tu fais un choix **ou bien** un autre choix (mais pas les deux!), tu **additionnes** le nombre de possibilités.

**Exemple :** Tu prends le bus (5 lignes) **ou bien** le vélo (3 pistes).  
Nombre de façons =  $5 + 3 = 8$ .

### Comment savoir ?

Pose-toi la question :

Situation	Opération
Je fais le choix A, <b>et puis</b> le choix B	$\times$ (multiplier)
Je fais le choix A, <b>ou bien</b> le choix B	$+$ (additionner)

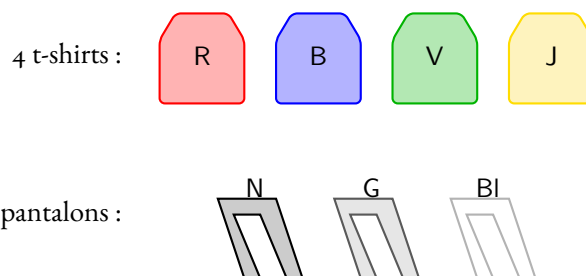
## PARTIE A : ET PUIS = on multiplie

### Problème 1 : La valise de Léa

Léa prépare sa valise pour les vacances. Elle a **4 t-shirts** (rouge, bleu, vert, jaune) et **3 pantalons** (noir, gris, blanc).

Chaque jour, elle choisit un t-shirt **et puis** un pantalon.

*Combien de tenues différentes peut-elle faire ?*



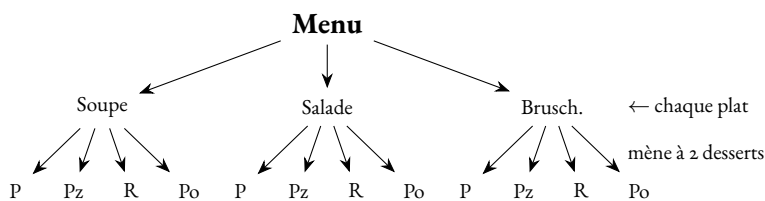
### Problème 2 : Le menu chez Marco

Au restaurant « Chez Marco », le menu du jour propose :

- **3 entrées** : soupe, salade, ou bruschetta
- **4 plats** : pâtes, pizza, risotto, ou poisson
- **2 desserts** : glace ou tiramisu

Un menu complet = une entrée, **et puis** un plat, **et puis** un dessert.

*Combien de menus complets différents peut-on commander ?*

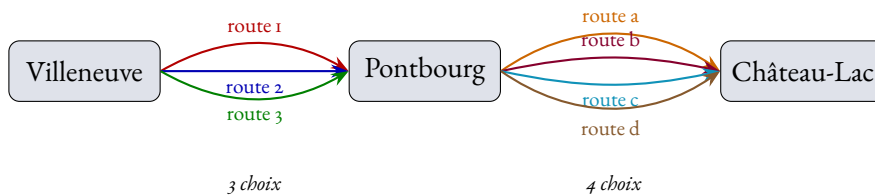


### Problème 3 : Les chemins de Villeneuve à Château-Lac

Pour aller de **Villeneuve à Château-Lac**, on passe par **Pontbourg**.

Il y a **3 routes** de Villeneuve à Pontbourg, et **4 routes** de Pontbourg à Château-Lac.

*Combien de chemins différents mènent de Villeneuve à Château-Lac ?*

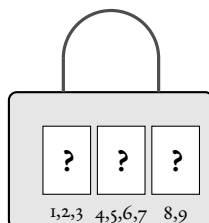


### Problème 4 : Le code du cadenas

Le cadenas du coffre-fort a un code à **3 chiffres** :

- Le premier chiffre est **1, 2 ou 3** (3 choix)
- Le deuxième chiffre est **4, 5, 6 ou 7** (4 choix)
- Le troisième chiffre est **8 ou 9** (2 choix)

*Combien de codes différents sont possibles ?*



### Problème 5 : Les drapeaux du club

Le club de sport veut créer un drapeau à **3 bandes verticales**. Les couleurs disponibles sont : **rouge, bleu, vert et jaune** (4 couleurs). Chaque bande doit être d'une couleur **différente** des autres.

*Combien de drapeaux différents le club peut-il créer ?*



*Quelques exemples parmi tous les drapeaux possibles*

*Indice : pour la 1<sup>re</sup> bande, 4 choix. Pour la 2<sup>e</sup> bande, combien reste-t-il de couleurs ?*

## PARTIE B : OU BIEN = on additionne

### Problème 6 : Le trajet de Samir

Samir va à l'école. Il peut :

- prendre **le bus** : **5 lignes** différentes passent devant chez lui,
- **ou bien** prendre **le vélo** : **3 pistes cyclables** mènent à l'école.

Il choisit **un seul** moyen de transport.

*De combien de façons différentes Samir peut-il aller à l'école ?*

### Problème 7 : Le cadeau d'anniversaire de Mia

Pour l'anniversaire de Mia, ses parents lui offrent **un seul** cadeau. Dans le magasin, il y a :

- **6 livres** qui lui plaisent,
- **ou bien** **4 jeux de société** qui l'intéressent.

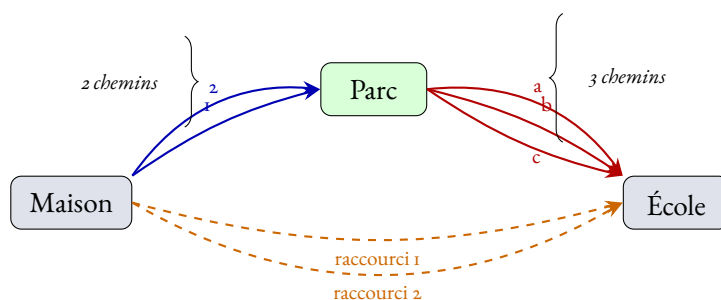
*Combien de cadeaux différents sont possibles ?*

### Problème 8 : Les chemins vers l'école

Pour aller de la Maison à l'École, Nora peut :

- passer par **le Parc** : il y a **2 chemins** de la Maison au Parc, **et puis 3 chemins** du Parc à l'École,
- **ou bien** prendre un **raccourci direct** : il y en a **2**.

*Combien de chemins différents mènent de la Maison à l'École, en tout ?*



### Problème 9 : Au glacier

Au glacier « Pôle Nord », on peut commander :

- **un cornet** : on choisit **1 parfum** parmi 5 (vanille, chocolat, fraise, pistache, caramel),
- **ou bien un pot** : on choisit **1 parfum** parmi les mêmes 5, **et puis 1 sauce** parmi 3

(chocolat, caramel, fruits rouges).

Combien de commandes différentes sont possibles en tout ?

Attention : il faut d'abord décider si c'est un cornet **ou bien** un pot !

## PARTIE C : Systèmes d'équations (révision)

*« La répétition est la mère de l'apprentissage. »*

— Proverbe russe

### Rappel : parenthèses ou pas ?

« <b>enlève 4, puis</b> divise par 3 »	$(x - 4) \div 3$ (parenthèses!)
« <b>divise</b> par 3, <b>puis</b> enlève 4 »	$x \div 3 - 4$ (pas de parenthèses)

### Problème 10 : Les étals du marché

Anna, Bilal, Célia et Driss vendent des fruits au marché.

Si on **ajoute 4** aux fruits d'Anna et qu'on **divise par 3**, on obtient les fruits de Bilal. Célia a **1 fruit de plus que le double** de ceux de Bilal. Driss a **4 fruits de plus** que Bilal. Ensemble, ils ont **43 fruits**.

*Combien de fruits a chacun ?*

### Problème 11 : Les étagères de la bibliothèque

Emma, Félix, Gina et Hugo rangent des livres sur les étagères.

Si on **divise** les livres d'Emma **par 4**, puis qu'on **enlève 2**, on obtient les livres de Félix. Gina a **5 livres de plus** que Félix. Hugo a **le triple** des livres de Félix. Ensemble, ils ont **49 livres**.

*Combien de livres a chacun ?*

### Problème 12 : Le tournoi de sport

Iris, Julien, Karim et Lucie comparent leurs points au tournoi.

Si on **enlève 2** aux points d'Iris et qu'on **divise par 4**, on obtient les points de Julien. Si on **divise** les points d'Iris **par 3**, puis qu'on **ajoute 1**, on obtient les points de Karim. Lucie a **autant de points** que Julien et Karim réunis. Ensemble, ils ont **40 points**.

*Combien de points a chacun ?*

**Problème 13 : Le jardin partagé**

Nour, Oscar, Paloma et Quentin plantent des fleurs dans le jardin partagé.

Si on **ajoute 6** aux fleurs de Nour et qu'on **divise par 2**, on obtient les fleurs d'Oscar. Si on **divise** les fleurs de Nour **par 5**, puis qu'on **enlève 1**, on obtient les fleurs de Paloma. Si on **enlève 4** aux fleurs d'Oscar et qu'on **divise par 3**, on obtient les fleurs de Quentin. Ensemble, ils ont **39 fleurs**.

*Combien de fleurs a chacun ?*

## Solutions — Partie A

À cacher avant impression

### Solution 1 : La valise de Léa

Léa choisit un t-shirt **et puis** un pantalon  $\Rightarrow$  on **multiplie**.

$$4 \text{ t-shirts} \times 3 \text{ pantalons} = \boxed{12} \text{ tenues}$$

On peut les compter dans un tableau :

	Rouge	Bleu	Vert	Jaune
Noir	R+N	B+N	V+N	J+N
Gris	R+G	B+G	V+G	J+G
Blanc	R+Bl	B+Bl	V+Bl	J+Bl

On voit bien  $4 \times 3 = 12$  cases.

### Solution 2 : Le menu chez Marco

On choisit une entrée, **et puis** un plat, **et puis** un dessert  $\Rightarrow$  on **multiplie** trois fois.

$$3 \times 4 \times 2 = \boxed{24} \text{ menus}$$

Raisonnement : 3 entrées donnent chacune 4 choix de plat ( $3 \times 4 = 12$  combinaisons entrée-plat), et chacune de ces 12 combinaisons donne 2 choix de dessert ( $12 \times 2 = 24$ ).

### Solution 3 : Les chemins de Villeneuve à Château-Lac

On choisit une route Villeneuve  $\rightarrow$  Pontbourg, **et puis** une route Pontbourg  $\rightarrow$  Château-Lac  $\Rightarrow$  on **multiplie**.

$$3 \times 4 = \boxed{12} \text{ chemins}$$

### Solution 4 : Le code du cadenas

On choisit le 1<sup>er</sup> chiffre, **et puis** le 2<sup>e</sup>, **et puis** le 3<sup>e</sup>  $\Rightarrow$  on **multiplie**.

$$3 \times 4 \times 2 = \boxed{24} \text{ codes}$$

### Solution 5 : Les drapeaux du club

- 1<sup>re</sup> bande : 4 couleurs possibles.
- 2<sup>e</sup> bande : il reste 3 couleurs (une est déjà prise).
- 3<sup>e</sup> bande : il reste 2 couleurs.

C'est « et puis » à chaque étape  $\Rightarrow$  on multiplie :

$$4 \times 3 \times 2 = \boxed{24} \text{ drapeaux}$$

## Solutions — Partie B

À cacher avant impression

**Solution 6 : Le trajet de Samir**

Samir prend le bus **ou bien** le vélo (un seul choix!)  $\Rightarrow$  on **additionne**.

$$5 + 3 = \boxed{8} \text{ façons}$$

**Solution 7 : Le cadeau d'anniversaire de Mia**

Mia reçoit un livre **ou bien** un jeu (un seul cadeau!)  $\Rightarrow$  on **additionne**.

$$6 + 4 = \boxed{10} \text{ cadeaux possibles}$$

**Solution 8 : Les chemins vers l'école**

Il y a deux cas :

**Cas 1 :** Via le Parc. Maison  $\rightarrow$  Parc : 2 chemins, **et puis** Parc  $\rightarrow$  École : 3 chemins  $\Rightarrow 2 \times 3 = 6$  chemins.

**Cas 2 :** Raccourci direct  $\Rightarrow 2$  chemins.

Les deux cas sont « ou bien » (on ne fait pas les deux!)  $\Rightarrow$  on **additionne** :

$$2 \times 3 + 2 = 6 + 2 = \boxed{8} \text{ chemins}$$

**Solution 9 : Au glacier**

Il y a deux cas :

**Cas 1 :** Cornet. On choisit juste un parfum  $\Rightarrow 5$  possibilités.

**Cas 2 :** Pot. On choisit un parfum **et puis** une sauce  $\Rightarrow 5 \times 3 = 15$  possibilités.

Les deux cas sont « ou bien » (cornet ou pot, pas les deux!)  $\Rightarrow$  on **additionne** :

$$5 + (5 \times 3) = 5 + 15 = \boxed{20} \text{ commandes}$$

## Solutions — Partie C

*À cacher avant impression*

### Solution 10 : Les étals du marché

**Variables :**  $A$  = fruits d'Anna,  $B$  = de Bilal,  $C$  = de Célia,  $D$  = de Driss

**Traduction :** « ajoute 4 puis divise par 3 »  $\Rightarrow$  **parenthèses!**  $(A + 4) \div 3 = B$

**Équations :**

$$\begin{aligned}(A + 4) \div 3 = B &\implies A = 3B - 4 \\ C &= 2B + 1 \\ D &= B + 4 \\ A + B + C + D &= 43\end{aligned}$$

**Résolution :** Tout en fonction de  $B$  :  $(3B - 4) + B + (2B + 1) + (B + 4) = 43 \Rightarrow 7B + 1 = 43 \Rightarrow 7B = 42 \Rightarrow B = 6$   
 $A = 14, C = 13, D = 10$ .

**Réponse :** Anna a 14 fruits, Bilal a 6, Célia a 13, Driss a 10

Vérification :  $(14 + 4) \div 3 = 18 \div 3 = 6 \checkmark$  ;  $13 = 2 \times 6 + 1 \checkmark$  ;  $10 = 6 + 4 \checkmark$  ; total = 43  $\checkmark$

### Solution 11 : Les étagères de la bibliothèque

**Variables :**  $E$  = livres d'Emma,  $F$  = de Félix,  $G$  = de Gina,  $H$  = de Hugo

**Traduction :** « divise par 4, puis enlève 2 »  $\Rightarrow$  **pas de parenthèses :**  $E \div 4 - 2 = F$

**Équations :**

$$\begin{aligned}E \div 4 - 2 = F &\implies E \div 4 = F + 2 \implies E = 4(F + 2) = 4F + 8 \\ G &= F + 5 \\ H &= 3F \\ E + F + G + H &= 49\end{aligned}$$

**Résolution :** Tout en fonction de  $F$  :  $(4F + 8) + F + (F + 5) + 3F = 49 \Rightarrow 9F + 13 = 49 \Rightarrow 9F = 36 \Rightarrow F = 4$   
 $E = 24, G = 9, H = 12$ .

**Réponse :** Emma a 24 livres, Félix a 4, Gina a 9, Hugo a 12

Vérification :  $24 \div 4 - 2 = 6 - 2 = 4 \checkmark$  ;  $9 = 4 + 5 \checkmark$  ;  $12 = 3 \times 4 \checkmark$  ; total = 49  $\checkmark$

### Solution 12 : Le tournoi de sport

**Variables :**  $I$  = points d'Iris,  $J$  = de Julien,  $K$  = de Karim,  $L$  = de Lucie

**Traduction :**

— « enlève 2 puis divise par 4 »  $\Rightarrow$  **parenthèses :**  $(I - 2) \div 4 = J$

— « divise par 3, puis ajoute 1 »  $\Rightarrow$  **pas de parenthèses :**  $I \div 3 + 1 = K$

**Équations :**

$$\begin{aligned}(I - 2) \div 4 = J &\implies I = 4J + 2 \\ I \div 3 + 1 = K & \\ L &= J + K \\ I + J + K + L &= 40\end{aligned}$$

**Résolution :**  $I = 4J + 2$ . Pour que  $I \div 3$  soit entier, il faut  $4J + 2 \equiv 0 \pmod{3}$ , donc  $J + 2 \equiv 0 \pmod{3}$ , donc  $J \equiv 1 \pmod{3}$ .  
 Essayons  $J = 4$  :

$I = 18, K = 18 \div 3 + 1 = 7, L = 4 + 7 = 11$ .

Total :  $18 + 4 + 7 + 11 = 40 \checkmark$

**Réponse :** Iris a 18 points, Julien a 4, Karim a 7, Lucie a 11

Vérification :  $(18 - 2) \div 4 = 16 \div 4 = 4 \checkmark$  ;  $18 \div 3 + 1 = 7 \checkmark$  ;  $11 = 4 + 7 \checkmark$  ; total = 40  $\checkmark$

**Solution 13 : Le jardin partagé**

**Variables :**  $N$  = fleurs de Nour,  $O$  = d'Oscar,  $P$  = de Paloma,  $Q$  = de Quentin

**Traduction :**

- « ajoute 6 puis divise par 2 »  $\Rightarrow$  **parenthèses :**  $(N + 6) \div 2 = O$
- « divise par 5, puis enlève 1 »  $\Rightarrow$  **pas de parenthèses :**  $N \div 5 - 1 = P$
- « enlève 4 puis divise par 3 »  $\Rightarrow$  **parenthèses :**  $(O - 4) \div 3 = Q$

**Équations :**

$$\begin{aligned} (N + 6) \div 2 = O &\implies O = (N + 6) \div 2 \\ N \div 5 - 1 = P &\implies P = N \div 5 - 1 \\ (O - 4) \div 3 = Q &\implies Q = (O - 4) \div 3 \\ N + O + P + Q &= 39 \end{aligned}$$

**Résolution :**  $N$  doit être divisible par 5 et  $N + 6$  pair. Essayons  $N = 20$  :

$$O = (20 + 6) \div 2 = 13, P = 20 \div 5 - 1 = 3, Q = (13 - 4) \div 3 = 9 \div 3 = 3.$$

$$\text{Total : } 20 + 13 + 3 + 3 = 39 \checkmark$$

**Réponse :** Nour a 20 fleurs, Oscar a 13, Paloma a 3, Quentin a 3

$$\text{Vérification : } (20 + 6) \div 2 = 13 \checkmark ; 20 \div 5 - 1 = 3 \checkmark ; (13 - 4) \div 3 = 3 \checkmark ; \text{total} = 39 \checkmark$$