

# Série de Problèmes n°9

*Combinatoire avancée & systèmes à chaînes*

Nouveau concept :

« **Mélanger** × **et** + **dans le même problème!** »

PARTIE A Combinatoire : mélanger ET PUIS / OU BIEN

PARTIE B Systèmes d'équations à chaînes (révision)

---

## Table des matières

---

<b>Rappel express</b>	<b>2</b>
<b>1 PARTIE A : Combinatoire avancée</b>	<b>3</b>
<b>2 PARTIE B : Systèmes d'équations à chaînes</b>	<b>7</b>
<b>Solutions — Partie A</b>	<b>9</b>
<b>Solutions — Partie B</b>	<b>11</b>

## Rappel express

Situation	Opération	Mot-clé
Je fais A, <b>et puis</b> B	×	multiplier
Je fais A, <b>ou bien</b> B	+	additionner

### La nouveauté de cette série

Parfois, dans le **même problème**, on doit multiplier **et** additionner!

**Méthode :** Décompose le problème en étapes. À chaque étape, demande-toi : « est-ce que c'est ET PUIS... ou bien OU BIEN? »

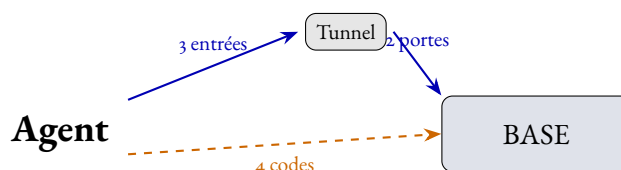
## PARTIE A : Combinatoire avancée

### Problème 1 : La base secrète

Pour entrer dans la base secrète, il y a deux moyens :

- **Le tunnel** : tu choisis une entrée parmi **3**, **et puis** tu ouvres une porte avec une clé parmi **2**.
- **Ou bien le code secret** : tu tapes un des **4** codes possibles.

*De combien de façons différentes peut-on entrer dans la base ?*

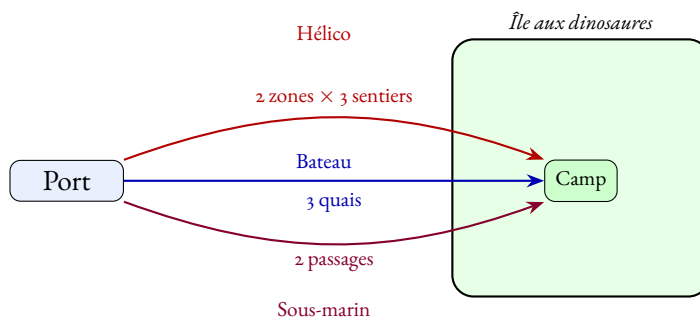


### Problème 2 : L'île aux dinosaures

Pour atteindre l'île aux dinosaures, trois expéditions sont possibles :

- **En hélicoptère** : **2** zones d'atterrissage, **et puis 3** sentiers vers le camp.
- **Ou bien en bateau** : **3** quais d'arrivée (le camp est juste à côté).
- **Ou bien en sous-marin** : **2** passages sous-marins.

*Combien de façons différentes d'atteindre le camp de l'île ?*



### Problème 3 : Le spectacle de robots

Au festival des robots, chaque spectacle a **deux actes** :

- **Acte 1** : un robot qui danse (**3** danses possibles) **ou bien** un robot qui chante (**2** chansons).
- **Et puis Acte 2** : un robot volant (**2** figures) **ou bien** un robot laser (**4** dessins).

*Combien de spectacles différents sont possibles ?*

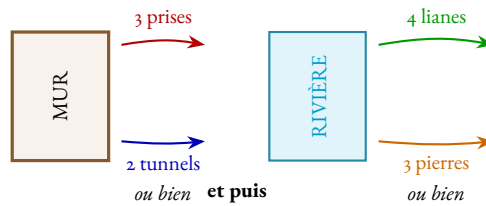
*Indice : d'abord, combien de choix pour l'acte 1 ? Et pour l'acte 2 ?*

**Problème 4 : Le parcours du ninja**

Le ninja doit franchir **deux obstacles** :

- **Le mur** : escalader par la gauche (**3 prises**) **ou bien** ramper par-dessous (**2 tunnels**). Ça fait... choix.
- **Et puis la rivière** : se balancer sur une liane (**4 lianes**) **ou bien** sauter sur des pierres (**3 chemins de pierres**).

*Combien de parcours complets différents le ninja peut-il faire ?*

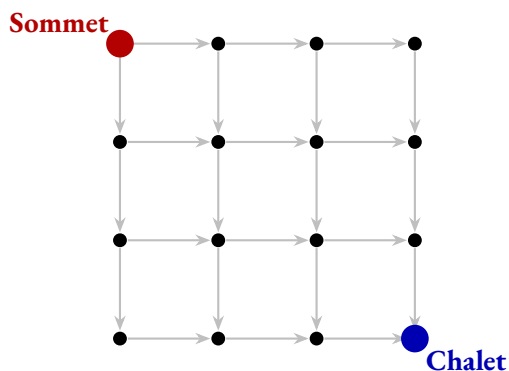


### Problème 5 : La descente à ski

Un skieur est au **sommet** (coin en haut à gauche) d'une piste en forme de grille. Il veut rejoindre le **chalet** (coin en bas à droite).

**Règle :** À chaque croisement, le skieur ne peut aller que vers la **droite** ( $\rightarrow$ ) ou vers le **bas** ( $\downarrow$ ) (il descend toujours!).

Combien de chemins différents mènent du sommet au chalet ?



#### Astuce : la méthode du remplissage

Écris dans chaque croisement le **nombre de chemins** pour y arriver depuis le sommet.

- Première ligne : il n'y a qu'un seul chemin (tout droit vers la droite).
- Première colonne : il n'y a qu'un seul chemin (tout droit vers le bas).
- Pour les autres : **additionne** le nombre écrit **au-dessus** et le nombre écrit à **gauche**.

### Problème 6 : Le château hanté

Pour s'échapper du château hanté :

**Étape 1 — Quitter l'étage :**

- Prendre l'escalier (**2** escaliers) **et puis** un couloir (**3** couloirs);
- **ou bien** prendre l'ascenseur fantôme (**3** boutons).

**Et puis Étape 2 — Sortir du château :**

- La grande porte (**2** battants) **ou bien** la fenêtre (**1** seule).

Combien de façons de s'échapper en tout ?

**Problème 7 : La fusée vers Mars**

La fusée traverse **3 zones** de l'espace. Dans chaque zone, elle choisit une trajectoire :

- **Zone 1** : passer par l'astéroïde A (**2 routes**) **ou bien** l'astéroïde B (**1 route**).
- **Et puis Zone 2** : contourner la nébuleuse par la gauche (**3 chemins**) **ou bien** par la droite (**2 chemins**).
- **Et puis Zone 3** : atterrir par le pôle Nord (**2 pistes**) **ou bien** par le pôle Sud (**1 piste**).

*Combien de voyages différents sont possibles ?*

**Problème 8 : Le grand tournoi**

Au tournoi de jeux vidéo, pour atteindre le boss final :

- **Chemin A** : traverser la forêt (**2 sentiers**) **et puis** escalader la montagne (**3 voies**);
- **ou bien Chemin B** : traverser le désert (**3 pistes**) **et puis** franchir la rivière (**2 ponts**);
- **ou bien Chemin C** : le portail magique secret (**1 seul passage**).

Une fois dans la salle du boss, tu choisis une arme :

- une épée (**2 types**) **ou bien** un sort (**3 sorts**).

*Combien de façons d'affronter le boss (chemin + arme) ?*

## PARTIE B : Systèmes d'équations à chaînes

« La répétition est la mère de l'apprentissage. »

— Proverbe russe

### Rappel : parenthèses ou pas ?

« <b>ajoute 4, puis</b> divise par 3 »	$(x + 4) \div 3$ (parenthèses!)
« <b>divise</b> par 3, <b>puis</b> ajoute 4 »	$x \div 3 + 4$ (pas de parenthèses)

### Nouveauté : les chaînes !

Parfois,  $B$  dépend de  $A$ , et  $C$  dépend de  $B$ , et  $D$  dépend de  $C$ ... c'est une **chaîne** !  
On remonte la chaîne : on exprime tout en fonction d'une seule variable, puis on résout.

### Problème 9 : Les billes de la récré

Adam, Bilal, Chloé et Diane jouent aux billes.

- Si on **ajoute 6** aux billes d'Adam et qu'on **divise par 2**, on obtient les billes de Bilal.
- Chloé a **1 bille de moins que le triple** de celles de Bilal.
- Diane a **autant que** Bilal et Chloé **réunis**.
- Ensemble, ils ont **52 billes**.

*Combien de billes a chacun ?*

### Problème 10 : Les niveaux du jeu vidéo

Emma, Fares, Gaëlle et Hugo comparent leurs étoiles dans un jeu vidéo.

- Si on **divise** les étoiles d'Emma **par 4** puis qu'on **ajoute 2**, on obtient les étoiles de Fares.
- Si on **ajoute 1** aux étoiles de Fares et qu'on **divise par 2**, on obtient les étoiles de Gaëlle.
- Hugo a le **double** des étoiles de Gaëlle, **plus 3**.
- Ensemble, ils ont **42 étoiles**.

*Combien d'étoiles a chacun ?*

*Attention : c'est une chaîne ! Emma  $\rightarrow$  Fares  $\rightarrow$  Gaëlle.*

**Problème 11 : Les animaux de la ferme**

Inès, Jules, Kenza et Lucas comptent leurs animaux.

- Si on **divise** les animaux d’Inès **par 3** puis qu’on **enlève 2**, on obtient ceux de Jules.
- Si on **divise** les animaux d’Inès **par 4** puis qu’on **ajoute 1**, on obtient ceux de Kenza.
- Lucas a **autant que** Jules et Kenza **réunis**.
- Ensemble, ils ont **50 animaux**.

*Combien d’animaux a chacun ?*

*Indice : Inès doit être divisible par 3 ET par 4. Quel est le plus petit nombre qui marche ?*

**Problème 12 : Les étoiles de récompense**

Mila, Nathan, Olivia et Paul gagnent des étoiles au club de sport.

- Si on **enlève 3** aux étoiles de Mila et qu’on **divise par 5**, on obtient celles de Nathan.
- Olivia a le **triple** des étoiles de Nathan, **plus 2**.
- Si on **ajoute 1** aux étoiles d’Olivia et qu’on **divise par 2**, on obtient celles de Paul.
- Ensemble, ils ont **38 étoiles**.

*Combien d’étoiles a chacun ?*

*C’est une chaîne : Mila  $\rightarrow$  Nathan  $\rightarrow$  Olivia  $\rightarrow$  Paul.*

**Problème 13 : La collection de cartes**

Rania, Sofiane, Théo et Ulysse collectionnent des cartes.

- Si on **enlève 2** aux cartes de Rania et qu’on **divise par 6**, on obtient celles de Sofiane.
- Théo a le **quadruple** des cartes de Sofiane, **plus 1**.
- Si on **ajoute 3** aux cartes de Théo et qu’on **divise par 4**, on obtient celles d’Ulysse.
- Ensemble, ils ont **40 cartes**.

*Combien de cartes a chacun ?*

*C’est une chaîne : Rania  $\rightarrow$  Sofiane  $\rightarrow$  Théo  $\rightarrow$  Ulysse.*

## Solutions — Partie A

À cacher avant impression

**Solution 1 : La base secrète****Par le tunnel :** 3 entrées **et puis** 2 portes  $\Rightarrow 3 \times 2 = 6$  façons.**Ou bien par le code :** 4 façons.Les deux moyens sont « ou bien »  $\Rightarrow$  on additionne :

$$3 \times 2 + 4 = 6 + 4 = \boxed{10} \text{ façons}$$

**Solution 2 : L'île aux dinosaures**

Trois cas « ou bien » :

— Hélicoptère :  $2 \times 3 = 6$ 

— Bateau : 3

— Sous-marin : 2

On additionne les trois cas :

$$2 \times 3 + 3 + 2 = 6 + 3 + 2 = \boxed{11} \text{ façons}$$

**Solution 3 : Le spectacle de robots****Acte 1 :** danse (3) **ou bien** chanson (2)  $\Rightarrow 3 + 2 = 5$  choix.**Acte 2 :** vol (2) **ou bien** laser (4)  $\Rightarrow 2 + 4 = 6$  choix.Acte 1 **et puis** Acte 2  $\Rightarrow$  on multiplie :

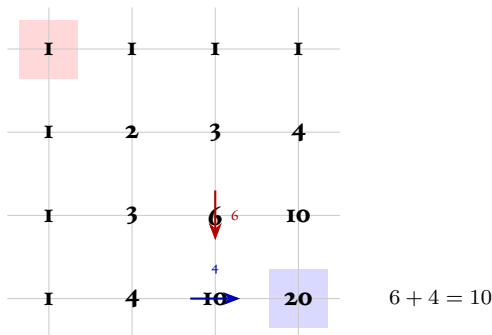
$$(3 + 2) \times (2 + 4) = 5 \times 6 = \boxed{30} \text{ spectacles}$$

**Solution 4 : Le parcours du ninja****Mur :** escalade (3) **ou bien** tunnel (2)  $\Rightarrow 3 + 2 = 5$  choix.**Rivière :** liane (4) **ou bien** pierres (3)  $\Rightarrow 4 + 3 = 7$  choix.Mur **et puis** rivière  $\Rightarrow$  on multiplie :

$$(3 + 2) \times (4 + 3) = 5 \times 7 = \boxed{35} \text{ parcours}$$

**Solution 5 : La descente à ski**

On remplit la grille. Chaque case = case du dessus + case de gauche.



La réponse est le nombre en bas à droite :

$$\boxed{20} \text{ chemins}$$

*Explication :* pour atteindre un croisement, le skieur vient forcément **de la gauche ou bien du dessus**. Donc on **additionne** ces deux nombres.

**Solution 6 : Le château hanté**

**Étape 1** : escalier+couloir ( $2 \times 3 = 6$ ) **ou bien** ascenseur (3)  $\Rightarrow 6 + 3 = 9$  façons.

**Étape 2** : porte (2) **ou bien** fenêtre (1)  $\Rightarrow 2 + 1 = 3$  façons.

Étape 1 **et puis** Étape 2  $\Rightarrow$  on multiplie :

$$(2 \times 3 + 3) \times (2 + 1) = 9 \times 3 = \boxed{27} \text{ façons}$$

**Solution 7 : La fusée vers Mars**

**Zone 1** : astéroïde A (2) ou B (1)  $\Rightarrow 2 + 1 = 3$ .

**Zone 2** : gauche (3) ou droite (2)  $\Rightarrow 3 + 2 = 5$ .

**Zone 3** : pôle Nord (2) ou Sud (1)  $\Rightarrow 2 + 1 = 3$ .

Les 3 zones sont « et puis »  $\Rightarrow$  on multiplie :

$$3 \times 5 \times 3 = \boxed{45} \text{ voyages}$$

**Solution 8 : Le grand tournoi**

**Atteindre le boss :**

— Chemin A :  $2 \times 3 = 6$

— Chemin B :  $3 \times 2 = 6$

— Chemin C : 1

Les chemins sont « ou bien » :  $6 + 6 + 1 = 13$  façons d'arriver.

**Choix d'arme** : épée (2) ou sort (3)  $\Rightarrow 2 + 3 = 5$  choix.

Arrivée **et puis** arme  $\Rightarrow$  on multiplie :

$$(2 \times 3 + 3 \times 2 + 1) \times (2 + 3) = 13 \times 5 = \boxed{65} \text{ façons}$$

## Solutions — Partie B

*À cacher avant impression*

### Solution 9 : Les billes de la récré

Équations :

$$\begin{aligned}(A + 6) \div 2 &= B \\ C &= 3B - 1 \\ D &= B + C \\ A + B + C + D &= 52\end{aligned}$$

Réponse : Adam = 6, Bilal = 6, Chloé = 17, Diane = 23

### Solution 10 : Les niveaux du jeu vidéo

Équations :

$$\begin{aligned}E \div 4 + 2 &= F \\ (F + 1) \div 2 &= G \\ H &= 2G + 3 \\ E + F + G + H &= 42\end{aligned}$$

Réponse : Emma = 20, Fares = 7, Gaëlle = 4, Hugo = 11

### Solution 11 : Les animaux de la ferme

Équations :

$$\begin{aligned}I \div 3 - 2 &= J \\ I \div 4 + 1 &= K \\ L &= J + K \\ I + J + K + L &= 50\end{aligned}$$

*I doit être divisible par 3 et par 4, donc par PPCM(3, 4) = 12.*

Réponse : Inès = 24, Jules = 6, Kenza = 7, Lucas = 13

### Solution 12 : Les étoiles de récompense

Équations :

$$\begin{aligned}(M - 3) \div 5 &= N \\ O &= 3N + 2 \\ (O + 1) \div 2 &= P \\ M + N + O + P &= 38\end{aligned}$$

Réponse : Mila = 18, Nathan = 3, Olivia = 11, Paul = 6

**Solution 13 : La collection de cartes****Équations :**

$$(R - 2) \div 6 = S$$

$$T = 4S + 1$$

$$(T + 3) \div 4 = U$$

$$R + S + T + U = 40$$

**Réponse : Rania = 20, Sofiane = 3, Théo = 13, Ulysse = 4**