

Série de Problèmes n°I

Problèmes à 3 variables

Résous chaque problème en définissant
trois variables et en établissant un
système de **trois équations**.

PARTIE A Et si...?

PARTIE B Avant / Après

Table des matières

La méthode de substitution	2
1 PARTIE A : Et si...?	3
2 PARTIE B : Avant / Après	5
Solutions	7

La méthode de substitution

Ton objectif : obtenir une équation avec une seule variable et des nombres.

Problème : Anna a **2 fois** plus de billes que Ben. Ben a **5 billes** de plus que Clara. Si on prend **3 fois** les billes d'Anna plus **2 fois** celles de Ben, on obtient **40 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Variables : a = billes d'Anna, b = billes de Ben, c = billes de Clara

Étape 1 : Écrire les équations

3 équations
3 inconnues

$$\begin{cases} a = 2b \\ b = c + 5 \\ 3a + 2b = 40 \end{cases}$$

Étape 2 : Substituer

Remplacer a par 2b

$$3(2b) + 2b = 40$$

parenthèses car $3 \times (2b)$

$$6b + 2b = 40 \quad 8b = 40 \rightarrow \boxed{b = 5}$$

Étape 3 : Remonter

(remplacer b par 5)

$$\textcircled{b} = c + 5 \longrightarrow \textcircled{5} = c + 5 \longrightarrow \boxed{c = 0}$$

$$a = 2\textcircled{b} \longrightarrow a = 2 \times \textcircled{5} \longrightarrow \boxed{a = 10}$$

Réponse : Anna a 10 billes, Ben a 5 billes, Clara a 0 billes.

PARTIE A : Et si...?

Problème 1 : L'argent des trois amis

Alice, Bob et Charlie comparent leurs économies.

Si Alice avait **10 €** de plus, elle aurait **2 fois** l'argent de Bob. Si Bob avait **5 €** de plus, il aurait autant que Charlie. Ensemble, ils ont **55 €**.

Combien d'argent a chacun ?

Problème 2 : Les trois frères et sœurs

Pierre, Quentin et Rose sont frères et sœurs.

Si Pierre avait **4 ans** de plus, il aurait **2 fois** l'âge de Quentin. Si Quentin avait **3 ans** de plus, il aurait le même âge que Rose. La somme de leurs âges est **39 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 3 : Les autocollants de Julie, Kevin et Léa

Julie, Kevin et Léa collectionnent des autocollants.

Si Julie **triplait** sa collection, elle aurait autant d'autocollants que Kevin. Si Kevin donnait **7 autocollants** à Léa, ils en auraient autant l'un que l'autre. Ensemble, ils ont **77 autocollants**.

Combien d'autocollants a chacun ?

Problème 4 : Les billes des trois cousins

Arthur, Baptiste et Céline jouent aux billes.

Si Arthur **doublait** ses billes et en ajoutait **5**, il en aurait autant que Baptiste. Si Baptiste avait **10 billes** de moins, Céline en aurait **2 fois** plus que lui. Ensemble, ils ont **100 billes**.

Combien de billes a chacun ?

Problème 5 : Les économies de Marie, Nathan et Olivia

Marie, Nathan et Olivia économisent de l'argent.

Si Marie donnait **10 €** à Nathan, il aurait **2 fois** plus qu'elle. Si Nathan donnait **5 €** à Olivia, ils auraient la même somme. Ensemble, ils ont **80 €**.

Combien d'argent a chacun ?

Problème 6 : Les jouets d'Emma, Félix et Gaspard

Emma, Félix et Gaspard comptent leurs jouets.

Si Emma avait **7 jouets** de plus, elle en aurait autant que Félix. Si Félix **triplait** ses jouets et en enlevait **14**, il aurait **2 fois** les jouets de Gaspard. Ensemble, ils ont **42 jouets**.

Combien de jouets a chacun ?

Problème 7 : Au marché avec Sophie, Thomas et Ugo

Sophie, Thomas et Ugo vont au marché avec leur argent de poche.

Si Sophie **doublait** son argent, elle aurait **6 €** de plus que Thomas. Si Thomas avait **12 €** de moins, Ugo aurait **2 fois** plus d'argent que lui. Ensemble, ils ont **105 €**.

Combien d'argent a chacun ?

PARTIE B : Avant / Après

Problème 8 : Alice, Bruno et Clara

Alice, Bruno et Clara comparent leurs âges.
Aujourd'hui, Alice a **2 fois** l'âge de Bruno. **Dans 10 ans**, l'âge d'Alice sera égal à la somme des âges de Bruno et Clara. La somme de leurs âges aujourd'hui est **50 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 9 : Maman, Papa et Léo

Dans une famille, Maman a **2 ans** de moins que Papa.
Il y a 3 ans, Maman avait **3 fois** l'âge de Léo. La somme de leurs trois âges aujourd'hui est **67 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 10 : Papa, Maman et Emma

Dans une famille, Papa a **6 ans** de plus que Maman.
Dans 10 ans, la somme des âges de Papa et Maman sera égale à **4 fois** l'âge d'Emma. La somme de leurs trois âges aujourd'hui est **70 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 11 : Antoine, Béatrice et Camille

Antoine, Béatrice et Camille sont cousins.
Aujourd'hui, Antoine a **2 fois** l'âge de Béatrice. **Il y a 3 ans**, la somme des âges d'Antoine et Béatrice était égale à **3 fois** l'âge de Camille. La somme de leurs âges aujourd'hui est **57 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 12 : Grand-père, Père et Fils

Trois générations d'une famille comparent leurs âges.
Aujourd'hui, Grand-père a **2 fois** l'âge de Père. **Dans 10 ans**, Père aura **3 fois** l'âge de son Fils. La somme de leurs âges aujourd'hui est **90 ans**.

Quel âge a chacun ?

Problème 13 : Oncle, Tante et Cousin

Dans une famille, l'Oncle a **5 ans** de plus que la Tante.

Il y a 3 ans, la Tante avait **4 fois** l'âge du Cousin. La somme de leurs trois âges aujourd'hui est **77 ans**.

Quel âge a chacun ?

Solutions

À cacher avant impression

Solution 1 : L'argent des trois amis

Variables : A = argent d'Alice, B = argent de Bob, C = argent de Charlie

Équations :

$$\begin{aligned} A + 10 &= 2B \\ B + 5 &= C \\ A + B + C &= 55 \end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $C = B + 5$. De (1) : $A = 2B - 10$.

Dans (3) : $(2B - 10) + B + (B + 5) = 55 \Rightarrow 4B = 60 \Rightarrow B = 15$

Réponse : Alice a 20 €, Bob a 15 €, Charlie a 20 €

Solution 2 : Les trois frères et sœurs

Variables : P = âge de Pierre, Q = âge de Quentin, R = âge de Rose

Équations :

$$\begin{aligned} P + 4 &= 2Q \\ Q + 3 &= R \\ P + Q + R &= 39 \end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $R = Q + 3$. De (1) : $P = 2Q - 4$.

Dans (3) : $(2Q - 4) + Q + (Q + 3) = 39 \Rightarrow 4Q = 40 \Rightarrow Q = 10$

Réponse : Pierre a 16 ans, Quentin a 10 ans, Rose a 13 ans

Solution 3 : Les autocollants de Julie, Kevin et Léa

Variables : J = autocollants de Julie, K = de Kevin, L = de Léa

Équations :

$$\begin{aligned} 3J &= K \\ K - 7 &= L + 7 \\ J + K + L &= 77 \end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $K = 3J$. De (2) : $L = K - 14 = 3J - 14$.

Dans (3) : $J + 3J + (3J - 14) = 77 \Rightarrow 7J = 91 \Rightarrow J = 13$

Réponse : Julie a 13, Kevin a 39, Léa a 25 autocollants

Solution 4 : Les billes des trois cousins

Variables : A = billes d'Arthur, B = de Baptiste, C = de Céline

Équations :

$$\begin{aligned} 2A + 5 &= B \\ C &= 2(B - 10) \\ A + B + C &= 100 \end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $B = 2A + 5$. De (2) : $C = 2(B - 10) = 4A - 10$.

Dans (3) : $A + (2A + 5) + (4A - 10) = 100 \Rightarrow 7A = 105 \Rightarrow A = 15$

Réponse : Arthur a 15, Baptiste a 35, Céline a 50 billes

Solution 5 : Les économies de Marie, Nathan et Olivia**Variables :** M = argent de Marie, N = de Nathan, O = d'Olivia**Équations :**

$$\begin{aligned}N + 10 &= 2(M - 10) \\N - 5 &= O + 5 \\M + N + O &= 80\end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $N = 2M - 30$. De (2) : $O = N - 10 = 2M - 40$.Dans (3) : $M + (2M - 30) + (2M - 40) = 80 \Rightarrow 5M = 150 \Rightarrow M = 30$ **Réponse :** Marie a 30 €, Nathan a 30 €, Olivia a 20 €**Solution 6 : Les jouets d'Emma, Félix et Gaspard****Variables :** E = jouets d'Emma, F = de Félix, G = de Gaspard**Équations :**

$$\begin{aligned}E + 7 &= F \\3F - 14 &= 2G \\E + F + G &= 42\end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $F = E + 7$. De (2) : $G = \frac{3F-14}{2} = \frac{3E+7}{2}$.Dans (3) : $E + (E + 7) + \frac{3E+7}{2} = 42 \Rightarrow 7E = 63 \Rightarrow E = 9$ **Réponse :** Emma a 9, Félix a 16, Gaspard a 17 jouets**Solution 7 : Au marché avec Sophie, Thomas et Ugo****Variables :** S = argent de Sophie, T = de Thomas, U = d'Ugo**Équations :**

$$\begin{aligned}2S &= T + 6 \\U &= 2(T - 12) \\S + T + U &= 105\end{aligned}$$

Résolution : De (1) : $T = 2S - 6$. De (2) : $U = 2(T - 12) = 4S - 36$.Dans (3) : $S + (2S - 6) + (4S - 36) = 105 \Rightarrow 7S = 147 \Rightarrow S = 21$ **Réponse :** Sophie a 21 €, Thomas a 36 €, Ugo a 48 €

Solution 8 : Alice, Bruno et Clara**Variables :** A = âge d'Alice, B = de Bruno, C = de Clara**Équations :**

$$\begin{aligned}A &= 2B \\A + 10 &= (B + 10) + (C + 10) \\A + B + C &= 50\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $A = B + C + 10$. Avec (1) : $2B = B + C + 10 \Rightarrow B = C + 10$.Dans (3) : $2B + B + (B - 10) = 50 \Rightarrow 4B = 60 \Rightarrow B = 15$ **Réponse :** Alice a 30 ans, Bruno a 15 ans, Clara a 5 ans**Solution 9 : Maman, Papa et Léo****Variables :** M = âge de Maman, P = de Papa, L = de Léo**Équations :**

$$\begin{aligned}M &= P - 2 \\M - 3 &= 3(L - 3) \\M + P + L &= 67\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $M = 3L - 6$. De (1) : $P = M + 2 = 3L - 4$.Dans (3) : $(3L - 6) + (3L - 4) + L = 67 \Rightarrow 7L = 77 \Rightarrow L = 11$ **Réponse :** Maman a 27 ans, Papa a 29 ans, Léo a 11 ans**Solution 10 : Papa, Maman et Emma****Variables :** P = âge de Papa, M = de Maman, E = d'Emma**Équations :**

$$\begin{aligned}P &= M + 6 \\(P + 10) + (M + 10) &= 4(E + 10) \\P + M + E &= 70\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $P + M = 4E + 20$. De (3) : $P + M = 70 - E$.Donc : $70 - E = 4E + 20 \Rightarrow 5E = 50 \Rightarrow E = 10$ **Réponse :** Papa a 33 ans, Maman a 27 ans, Emma a 10 ans**Solution 11 : Antoine, Béatrice et Camille****Variables :** A = âge d'Antoine, B = de Béatrice, C = de Camille**Équations :**

$$\begin{aligned}A &= 2B \\(A - 3) + (B - 3) &= 3(C - 3) \\A + B + C &= 57\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $A + B = 3C - 3$. Avec (1) : $3B = 3C - 3 \Rightarrow B = C - 1$.Dans (3) : $2B + B + (B + 1) = 57 \Rightarrow 4B = 56 \Rightarrow B = 14$ **Réponse :** Antoine a 28 ans, Béatrice a 14 ans, Camille a 15 ans**Solution 12 : Grand-père, Père et Fils****Variables :** G = âge de Grand-père, P = de Père, F = du Fils

Équations :

$$\begin{aligned}G &= 2P \\P + 10 &= 3(F + 10) \\G + P + F &= 90\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $P = 3F + 20$. De (1) : $G = 6F + 40$.

Dans (3) : $(6F + 40) + (3F + 20) + F = 90 \Rightarrow 10F = 30 \Rightarrow F = 3$

Réponse : Grand-père a 58 ans, Père a 29 ans, Fils a 3 ans

Solution 13 : Oncle, Tante et Cousin

Variables : O = âge de l'Oncle, T = de la Tante, C = du Cousin

Équations :

$$\begin{aligned}O &= T + 5 \\T - 3 &= 4(C - 3) \\O + T + C &= 77\end{aligned}$$

Résolution : De (2) : $T = 4C - 9$. De (1) : $O = 4C - 4$.

Dans (3) : $(4C - 4) + (4C - 9) + C = 77 \Rightarrow 9C = 90 \Rightarrow C = 10$

Réponse : l'Oncle a 36 ans, la Tante a 31 ans, le Cousin a 10 ans